التهيئة

حُل كل معادلة مما يأتي، واكتب الحل في أبسط صورة:

١) $\frac{15}{14} = \frac{5\times3}{14} = x$

٢) $m = \frac{56}{3}$

٣) $k = \frac{32}{5}$

٤) $p = \frac{63}{10}$

٥) شاحنات: $\frac{2}{3}\times80 = 120$ لتر

بسط كل عبارة مما يأتي:

٦) $\frac{-1}{8}$

٧) $\frac{1}{18}$

٨) $\frac{29}{30}$

٩) $\frac{43}{6}$

١٠) $٢\frac{١}{٦} = \frac{١٣}{٦} = \frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٢} = \frac{٢}{٣} + ١\frac{١}{٢}$

إذن تستعمل $٢\frac{١}{٦}$ كوب لعمل الكعكتين

حُل كل تناسب مما يأتي:

١١) $P=27$

١٢) $M=12$

١٣) $K=17.5$

14) تسعة ... 280 ريال

ضرب العبارات النسبية وقسمتها
lying and Dividing Rational Expressions

تحقق من فهمك:

بسط كل عبارة مما يأتي، وحدد متى تكون غير معرفة:

a) $\frac{4(y+4)}{y+2}$

$y=-2 , y=3 , y=0$

b) $\frac{2z(z+4)}{z-1}$

$z=-5 , z=2 , z=1$

2)

B) 5, - 2

بسط كل عبارة مما يأتي:

a) $\frac{-1}{z}$

b) $-4a^2-2ab-b^2$

بسط كل عبارة مما يأتي:

a) acd

b) $\frac{7a2}{15b2\ x3}$

c) $\frac{2t2}{9a2\ b\ m2}$

d) $\frac{4x3}{5a2\ b4\ y2}$

بسط كلاً من العبارتين الآتيتين:

a) $\frac{2x-5}{(x+2)(x+7)}$

b) $\frac{6x-30}{(x+3)2}$

بسط كلاً من العبارتين الآتيتين:

a) $\frac{(2x-5)(x-2)}{(x+2)(x-4)(x-1)}$

b) $\frac{-x-y}{y-7}$

تأكد:

بسط كلاً من العبارتين الآتيتين:

١) $\frac{x+3}{x+8}$

٢) $\frac{1}{3(c-d)}$

٣) اختيار من متعدد:

D) 4, 7 -

بسط كل عبارة مما يأتي:

٤) $-\frac{y+8}{y+5}$

٥) $\frac{-x(a+b)}{y}$

٦) $\frac{x2-3x+9}{3}$

٧) $\frac{3x}{2z2}$

٨) $\frac{2x2}{3aby2}$

٩) $\frac{x+3}{(x-2)(x+5)}$

١٠) $\frac{ab2\ x}{y3}$

١١) 4

١٢) $\frac{(a-b)(a+1)}{12(a-1)}$

تدرب وحل المسائل:

بسط كل عبارة مما يأتي:

١٣) $\frac{x(x+6)}{x+4}$

١٤) $\frac{y(y+1)}{2(y-4)}$

١٥) $\frac{(x+3)(x-z)}{4}$

١٦) $\frac{1}{x+8}$

١٧) اختيار من متعدد:

D) 6 ,4 ,3 ,6 -

بسط كل عبارة مما يأتي:

١٨) $\frac{x+2}{x+4}$ _

١٩) $\frac{x2}{x+6}$

٢٠) $\frac{c+4}{c+5}$ _

٢١) $\frac{-3}{y2+y+1}$

٢٢) $\frac{7z2}{18w5\ y}$

٢٣) $\frac{32b}{3a\ c3\ f2}$

٢٤) $\frac{15y3}{2x\ z}$

٢٥) $\frac{Y+5}{}$

٢٦) $\frac{c+2}{c(c-d)}$

٢٧) $\frac{(x-3)(x+1)}{6(x+7)}$

٢٨) $\frac{-6}{z}$

٢٩) $\frac{-a2(a+b)}{d4}$

٣٠) $\frac{b-a}{}$

٣١) $\frac{c}{4ab2\ f2}$

٣٢) هندسة:

$0.5(8x^2+18x-5)\ m^2$

٣٣) هندسة: $(x-6)\ cm$

٣٤) هندسة:

a) $3x+4\ ,\ 2x+1$

b) 2:5:10

c) لا

٣٥) تلوث:

a) $T(x)=\frac{0.4}{x+3}$

b) 3.9 mm تقريبا

بسط كل عبارة مما يأتي:

٣٦) $\frac{x-2}{3(2x+1)}$

٣٧) $\frac{1}{4}$

٣٨) $\frac{(3-x)(2x-1)}{(x+3)(2x+1)}$

٣٩) $\frac{18y8}{5a2\ c\ x4}$

٤٠) $\frac{3b\ c2}{8y2}$

٤١) $\frac{x-4}{-4(x-3)}$

٤٢) $\frac{2x+1}{-9x(x+2)}$

٤٣) هندسة:

a) $\frac{20}{x}$

b) $\frac{1200}{x2}$

c) $\frac{1200}{x}$

بسط كل عبارة مما يأتي:

٤٤) $\frac{x(x-2)(x+8)}{2(2x-1)(3x+1)}$

٤٥) $\frac{(4x-1)2(3x+1)(x+1)}{12(x+2)(x-4)(x2-10x+6)}$

٤٦) $\frac{-2(x-8)(x+4)(x-2)(x+1)}{(2x+1)2(x2+2x-6)}$

٤٧) تمثيلات متعددة:

a) x-1

b) متروك للطالب

c) F(4) لا يمكن إيجادها لان الدالة غير معرفة عند x=4

g(4)=3

d) العبارة والدالة متكافئتان عند جميع قيم x ماعدا 4

مسائل مهارات التفكير العليا:

٤٨) تبرير:
العبارتان متكافئتان إلا عندما $x=-3$ حيث تكون العبارة النسبية غير معرفة

٤٩) اكتشف الخطأ: محمد، أما على فقد اخطأ عندما ضرب مقلوب المقسوم في المقسوم عليه بدلا من ضرب المقسوم في مقلوب المقسوم عليه

٥٠) تحد: x^2+x-6

٥١) تبرير:
صحيحة أحيانا فالمقام x^2+2 مثلا ليس له صفر حقيقي وبالتالي تكون الدالة النسبية التي مقامها x^2+2 معرفة لجميع الأعداد الحقيقية

٥٢) مسألة مفتوحة: $\frac{x^2-1}{x^2+5x+4}$

٥٣) اكتب: العامل المشترك بين البسط والمقام هو x مما يجعل العبارة غير معرفة عند $x=0$

تدريب على اختبار:

٥٤) احتمال:

C) $\frac{1}{2}$

٥٥)

$$\frac{5-c}{c^2-c-20}=\frac{\cancel{5-c}}{\cancel{(5-c)}(4+c)}=\frac{1}{4+c}$$

B: $\frac{1}{4+c}$

مراجعة تراكمية:

حُل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

٥٦) 12

٥٧) 19

٥٨) $\frac{h+2h^{0.5}+1}{h-1}$

بسط كلاً مما يأتي:

٥٩) $-3x^2-7x+8$

٦٠) $-3y-3y2$

٦١) $6xy+18x$

٦٢) $x^2+9x+18$

٦٣) x^3-x^2+x+3

1-4 جمع العبارات النسبية وطرحها
Adding and Subtracting Rational Expressions

تحقق من فهمك:

أوجد LCM لكل مجموعة من كثيرات الحدود مما يأتي:

(a $120a^2b^3c^4$

(b $4a(a-4)(a-5)(a+1)$

بسط كلاً من العبارتين الآتيتين:

(a $\frac{8+9a2\,b\,c}{10a3\,b2}$

(b $\frac{15a5-128bx}{80a3\,b2}$

بسط كلاً من العبارتين الآتيتين:

(a $\frac{x+7}{5(x+2)(x-3)}$

(b $\frac{3x+2}{(4x+1)(x+5)}$

بسط كلاً من العبارتين الآتيتين:

(a $\frac{xy-y2}{x+y}$

(b $\frac{c2-d2}{d2+2cd}$

بسط كل عبارة مما يأتي:

(a $\frac{xy+2y}{3x-4y}$

(b $\frac{c-d2}{d+5cd}$

(c $\frac{x+y}{x-y}$

(d $\frac{a(a+b)}{b(a-b)}$

تأكد:

أوجد LCM لكل مما يأتي:

١) $80x^3y^3$

٢) $63a^2b^3c^4$

٣) $3y(y-3)(y-5)$

٤) $x(x+2)(x-2)(x-8)$

بسط كل عبارة مما يأتي:

٥) $\frac{48y4+25x2}{20xy3}$

٦) $\frac{35a2+9b3}{42a3\,b}$

٧) $\frac{21b4\ -2}{36a\ b3}$

٨) $\frac{7c2\,y2-12d\,x}{56c4\ d2}$

٩) $\frac{9x+15}{(x+3)(x+6)}$

١٠) $\frac{10y-77}{(y-3)(y-9)}$

١١) $\frac{x-11}{3(x+2)(x-2)}$

١٢) $\frac{11a+40}{6(a+4)(a-4)}$

بسط كل عبارة مما يأتي:

١٣) $\frac{4x+2}{3x-2}$

١٤) $\frac{3y+2}{y+3}$

١٥) $\frac{3y+2x}{x\,y+4x}$

١٦) $\frac{2a+5b}{3b-8a}$

تدرب وحل المسائل:

أوجد LCM لكل مما يأتي:

١٧) $120a^2bc^3d^4$

١٨) $180x^2y^4z^2$

١٩) $(x-4)(x-5)(x+6)$

٢٠) $6(x+4)(2x-1)(2x+3)$

بسط كل عبارة مما يأتي:

٢١) $\frac{15a\ b\ c3+2a\ f}{72b\ c4\ f4}$

٢٢) $\frac{28\ b\ y2\ z-9bx}{105\ x3\ y}$

٢٣) $\frac{25a\ b3+9b3\ +60a}{30a2\ b2}$

٢٤) $\frac{20x2\ y+120y+6x2}{15x3\ y}$

٢٥) $\frac{240y+20y2-27}{90y2}$

٢٦) $\frac{15b3+100ab2-216a}{240ab3}$

٢٧) $\frac{17x+58}{(x-8)(x+2)(x+5)}$

٢٨) $\frac{10y-4}{(y-7)(y+5)(y+4)}$

٢٩) $\frac{3y-30}{(3y+2)(y-4)(y-2)}$

٣٠) $\frac{-10x-10}{(2x-1)(x+6)(x-3)}$

٣١) $\frac{4x2-12x+3}{2(x-6)(4x+1)(x+2)}$

٣٢) $\frac{2x2+32x}{3(x-2)(x+3)(2x+5)}$

بسط كل عبارة مما يأتي:

٣٣) $\frac{5x+6}{-x-9}$

٣٤) $\frac{13x+21}{-3x+73}$

٣٥) $\frac{-2x2-2x-5}{x2+14x-4}$

٣٦) $\frac{-x2+33x+16}{12x2+11x-27}$

٣٧) هندسة:

$$\frac{14x-10}{(x+1)(x-2)}$$

٣٨) أحياء:

a) $A=\frac{6.5t2+20.4t+234}{t2+36}$

b) 7.2 تقريبا

٣٩) هندسة: $\frac{1000x+800y}{x(x+2y)}$

٤٠) إنتاج النفط:

a) $R(x)=\frac{260x2+400}{3x3+20x}$

b) 1730 برميل/سنة تقريبا

أوجد LCM لكل مما يأتي:

٤١) $-360a^4b^3c^2$

٤٢) $(x+4)(x-4)(2x+1)(x-7)$

بسط كل عبارة مما يأتي:

٤٣) $\frac{360a2+5a-36}{60a2}$

٤٤) $\frac{15x2-192x2y2-128y}{48x2y2}$

٤٥) $\frac{42x+41}{}$

٤٦) $\frac{19x-36}{12(2x+1)(x-3)(x+4)}$

٤٧) 0

٤٨) $\frac{x2+2x-29}{x2-9x+8}$

٤٩) $\frac{5a-11}{6}$

٥٠) $\frac{1}{y-x}$

٥١) هندسة: (x-3)(x+2):1

٥٢) زوارق:

a) $\frac{10}{x}$

b) $\frac{10}{x-2}$

c) $\frac{20(x-1)}{x(x-2)}$

٥٣) تصوير:

a) $y=\frac{70x}{x-70}$

b) لا يمكن تصوير جسم على بعد 70 mm من العدسة لان المعادلة في هذه الحالة تصبح $\frac{1}{y}=0$

٥٤) أدوية:

a) $h(t)=\frac{13t}{6t2+18t+12}$

b) 0.19

مسائل مهارات التفكير العليا:

٥٥) تحد: $\frac{-3x3-2x2+16x-5}{4x3+18x2-6x}$

٥٦) تبرير: خاطئة فالمعادلة صحيحة لجمع قيم x ماعدا 3 , 2-

٥٧) مسألة مفتوحة:

$20a^4b^2c$, $15ab^6$, $6abc$

٥٨) اكتب:

أولا حلل مقام كل عبارة ثم اوجد LCM للمقامات واكتب العبارات بحيث يكون لها المقام نفسه ثم اجمع أو اطرح البسوط واكتب الناتج في ابسط صورة

تدريب على اختبار:

٥٩) C) $\frac{1}{2}$

٦٠)

مراجعة تراكمية:

بسط كل عبارة مما يأتي:

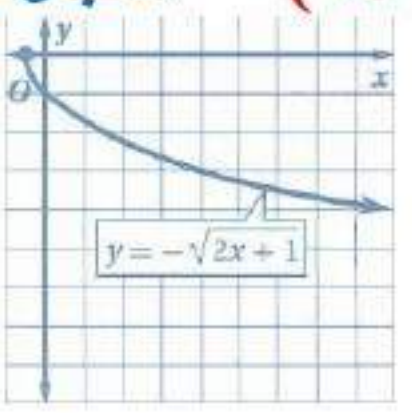
٦١) $\frac{-4bc}{33a}$

٦٢) $6y(x-y)$

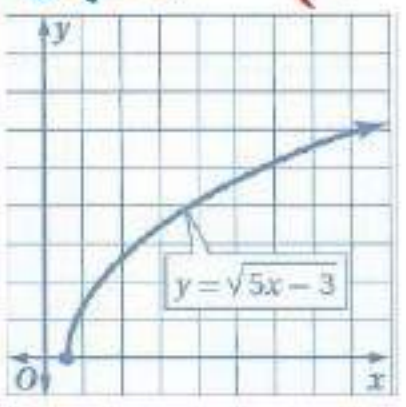
٦٣) $(n+3)(n-6)$

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً، وحدد مجالها ومداها:

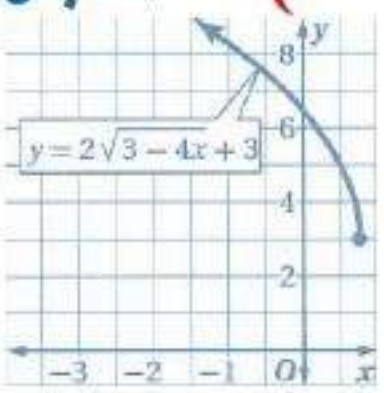
٦٤) المجال=$\{x|x\geq-0.5\}$، المدى=$\{y|y\leq0\}$



٦٥) المجال=$\{x|x\geq 0.6\}$، المدى=$\{y|y\geq 0\}$



٦٦) المجال=$\{x|x\leq 0.75\}$، المدى=$\{y|y\geq 3\}$



مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

٦٧) المجال=$\{x|x\geq -0.5\}$، المدى=$\{y|y\leq 0\}$

٦٨) المجال=$\{x|x\geq -0.5\}$، المدى=$\{y|y\leq 0\}$

٦٩) المجال=$\{x|x\geq -0.5\}$، المدى=$\{y|y\leq 0\}$

٧٠) المجال=$\{x|x\geq -0.5\}$، المدى=$\{y|y\leq 0\}$

٧١) المجال=$\{x|x\geq -0.5\}$، المدى=$\{y|y\leq 0\}$

٧٢) المجال=$\{x|x\geq -0.5\}$، المدى=$\{y|y\leq 0\}$

3-1 تمثيل دوالّ المقلوب بيانيًّا

تحقق من فهمك:

حدد قيمة x التي تجعل كل دالة مما يأتي غير معرفة:

a) $x=1$

b) $x=\frac{-2}{3}$

حدد خطوط التقارب، والمجال، والمدى لكل من الدالتين الآتيتين:

a) $y=-2\ ,\ x=3$

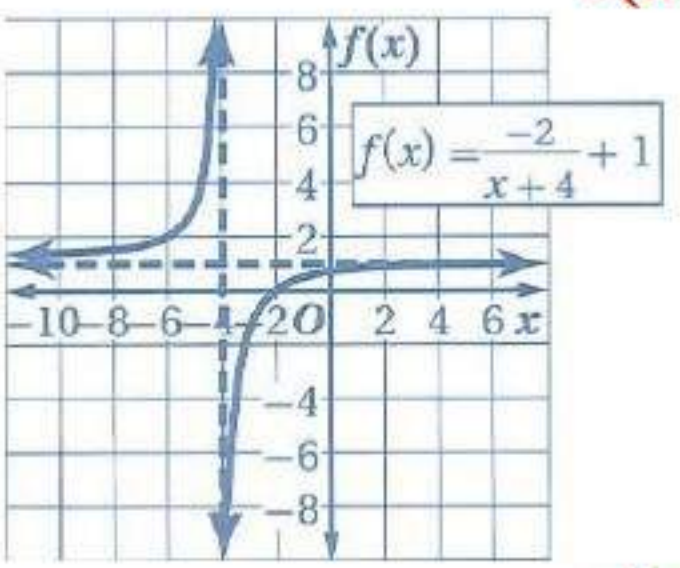
المجال=$\{x|x\neq 3\}$ ،المدى=$\{f(x)|f(x)\neq -2\}$

b) $y=5\ ,\ x=-1$

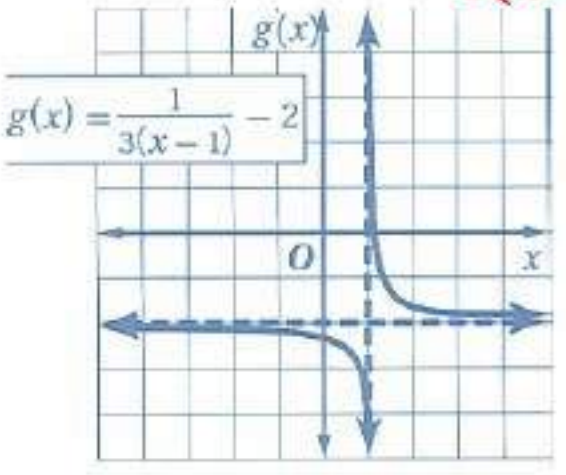
المجال=$\{x|x\neq -1\}$ ،المدى=$\{g(x)|g(x)\neq 5\}$

مثل كلاً من الدالتين الآتيتين بيانياً، وحدد مجال ومدى كل منهما:

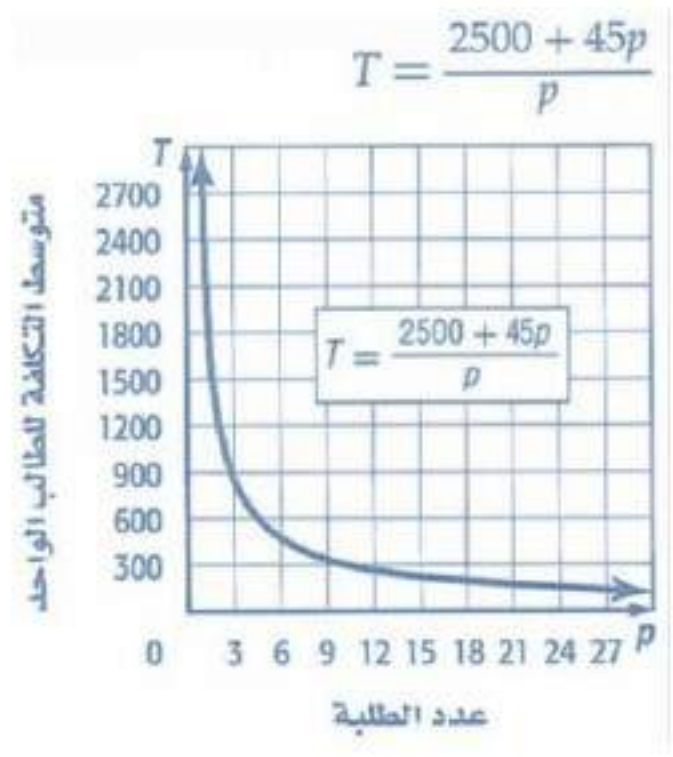
a).



b).



4) رحلات:


$T = \frac{2500 + 45p}{p}$
T
2700
2400
2100
1800
1500
1200
900
600
300
0
3 6 9 12 15 18 21 24 27
p
متوسط التكلفة للطالب الواحد
عدد الطلبة

تأكد:

حدد خطوط التقارب، والمجال، والمدى لكل من الدالتين الآتيتين:

١) $x=1$, $y=0$

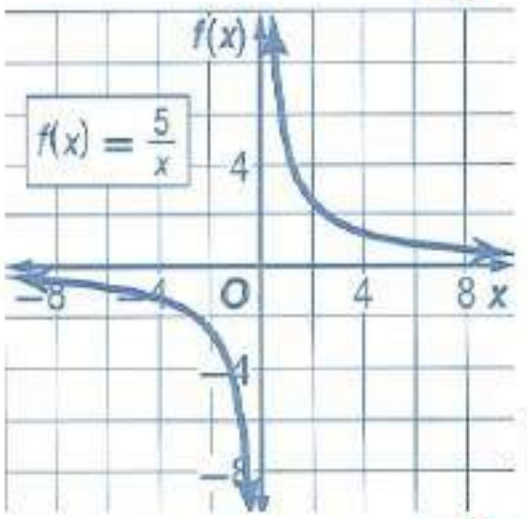
المجال=$\{x|x\neq1\}$ ،المدى=$\{f(x)|f(x)\neq0\}$

٢) $x=-2$, $y=1$

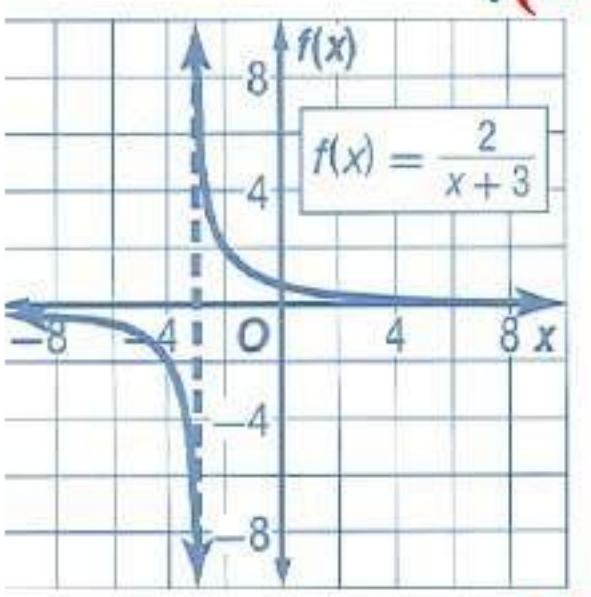
المجال=$\{x|x\neq-2\}$ ،المدى=$\{f(x)|f(x)\neq1\}$

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً، وحدد مجال ومدى كل منها:

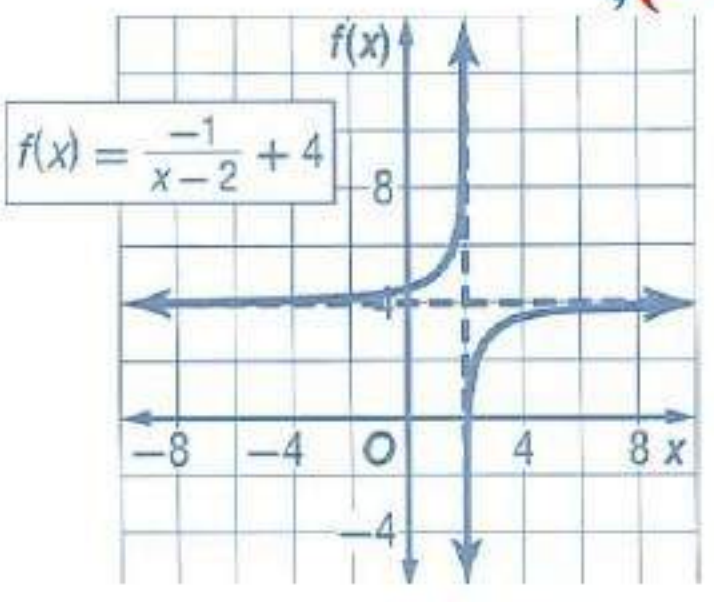
٣)



٤)



٥)

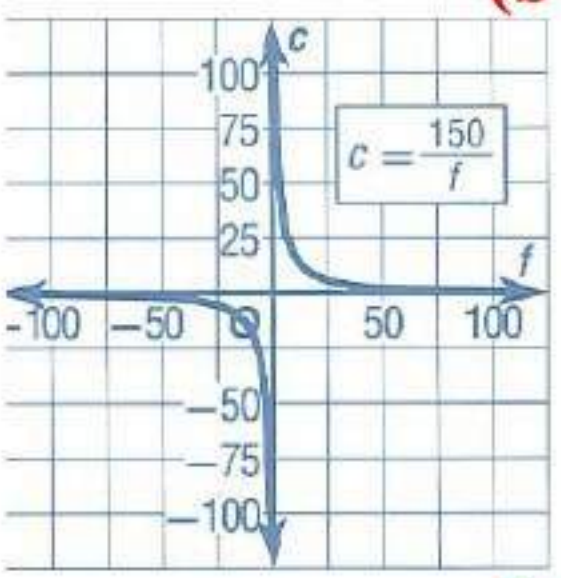


٦) هدية جماعية:

(a

$$c=\frac{150}{f}$$

(b



c)

متروك للطالب

تدرب وحل المسائل:

حدد خطوط التقارب، والمجال، والمدى لكل من الدالتين الآتيتين:

٧) $x=-4$, $y=0$

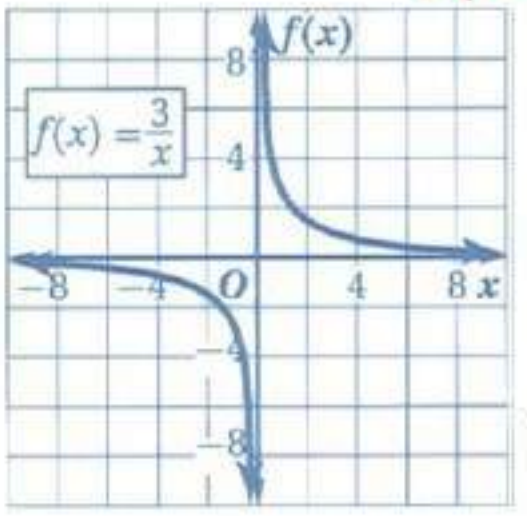
المجال$=\{x|x\neq-4\}$ ،المدى$=\{f(x)|f(x)\neq0\}$

٨) $x=0$, $y=-3$

المجال$=\{x|x\neq0\}$ ،المدى$=\{f(x)|f(x)\neq-3\}$

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً، وحدد مجال ومدى كل منها:

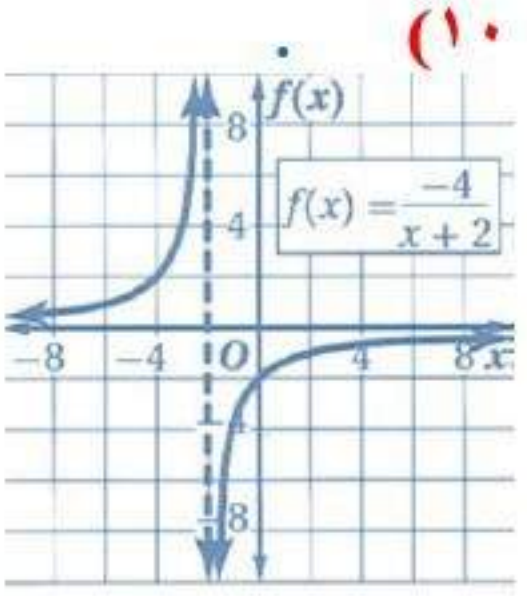
٩) .



المجال $=\{x \mid x \neq 0\}$

المدى $=\{f(x) \mid f(x) \neq 0\}$

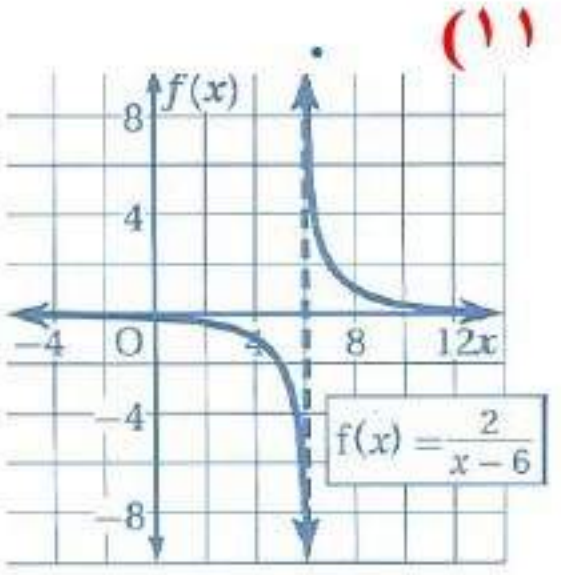
١٠) .



المجال $=\{x \mid x \neq -2\}$

المدى $=\{f(x) \mid f(x) \neq 0\}$

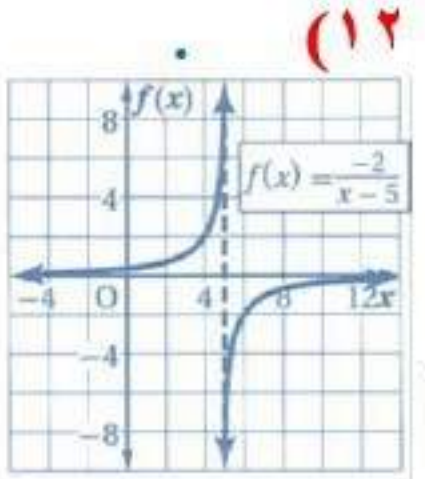
(١١



المجال = $\{x \mid x \neq 6\}$

المدى = $\{f(x) \mid f(x) \neq 0\}$

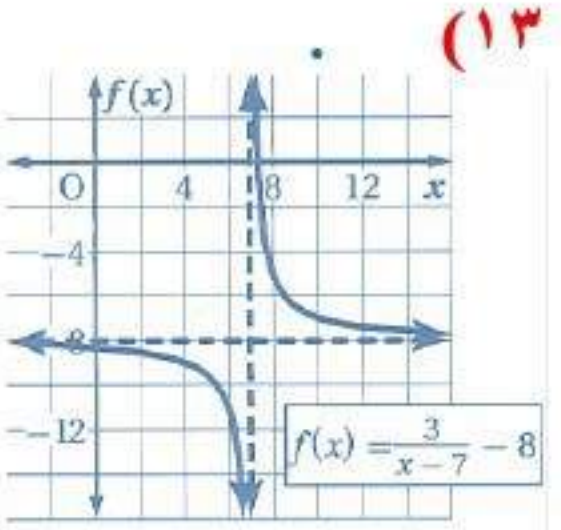
(١٢



المجال = $\{x \mid x \neq 5\}$

المدى = $\{f(x) \mid f(x) \neq 0\}$

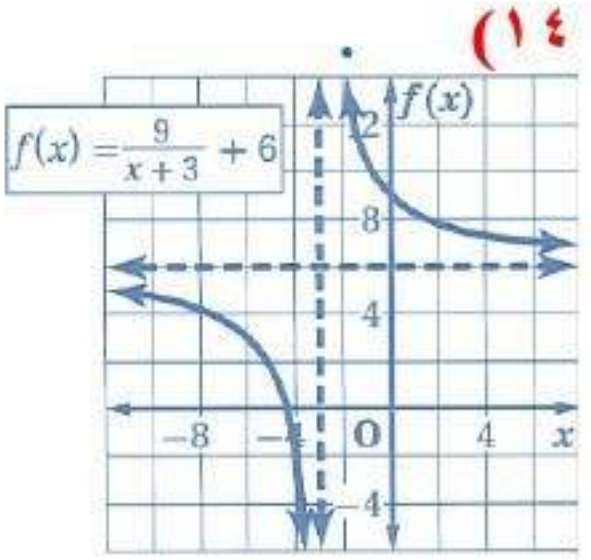
(١٣



المجال = $\{x \mid x \neq 7\}$

المدى = $\{f(x) \mid f(x) \neq -8\}$

١٤)



المجال $= \{x \mid x \neq -3\}$

المدى $= \{f(x) \mid f(x) \neq 6\}$

١٥) كيمياء:

(a

$$d = \frac{200}{v}$$

(b

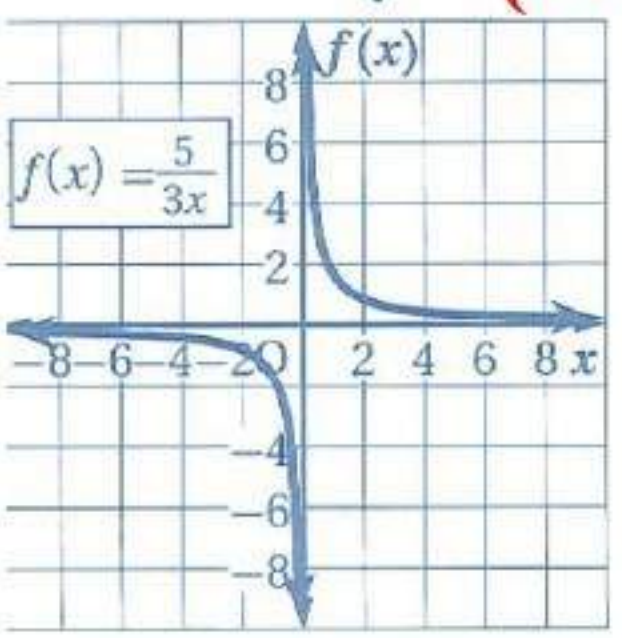
(c

$v=0$, $d=0$

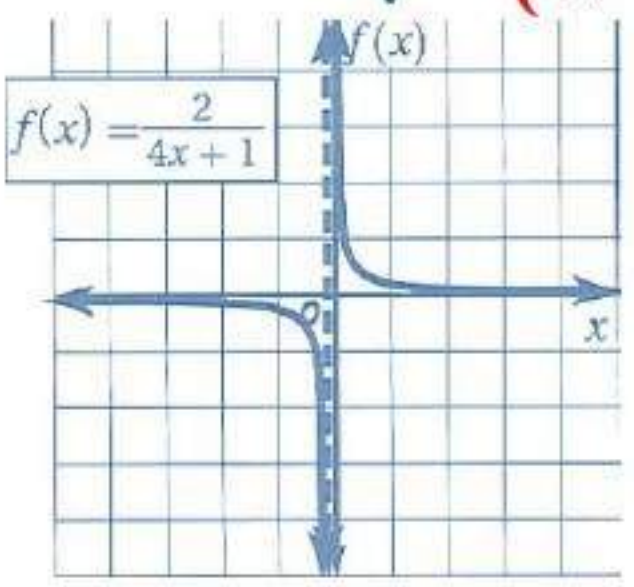
المجال $= \{v \mid v \neq 0\}$ ، المدى $= \{d \mid d \neq 0\}$

مثل كل دالة بيانياً، وحدد مجال ومدى كل منها:

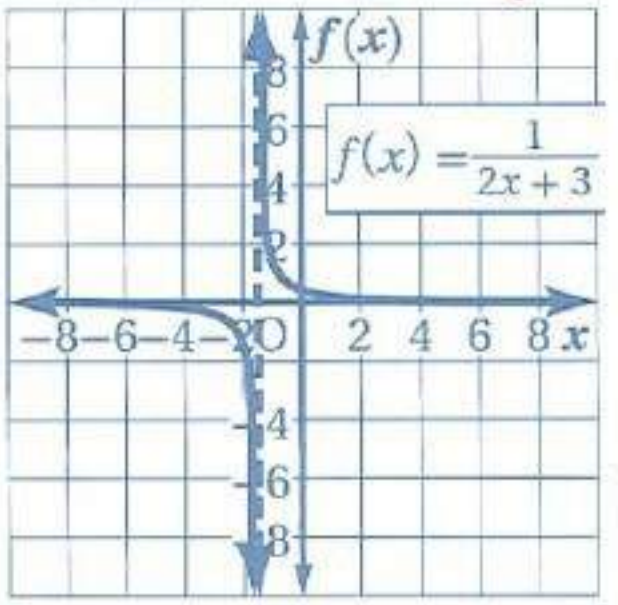
١٦)



١٧)



١٨)

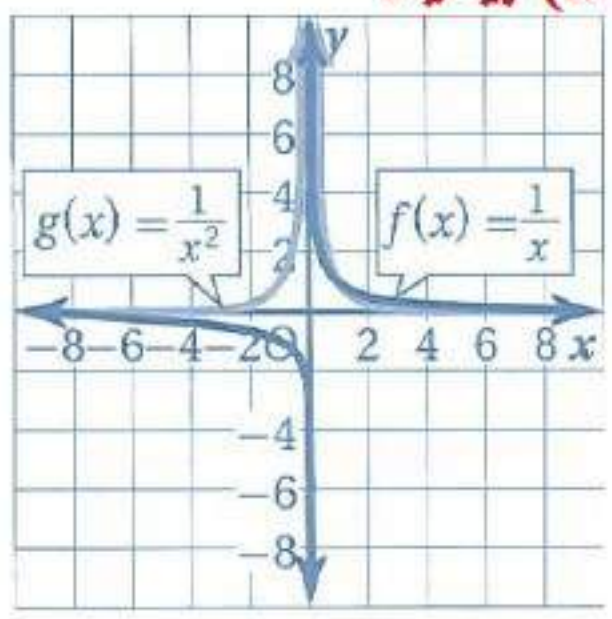


١٩) تمثيلات متعددة: a) جدولياً:

$g(x) = \frac{1}{x^2}$		$f(x) = \frac{1}{x}$	
x	$g(x)$	x	$f(x)$
-3	$\frac{1}{9}$	-3	$-\frac{1}{3}$
-2	$\frac{1}{4}$	-2	$-\frac{1}{2}$
-1	1	-1	-1
0	غير معرفة	0	غير معرفة
1	1	1	1
2	$\frac{1}{4}$	2	$\frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{9}$	3	$\frac{1}{3}$

٢٠)

b) بيانياً:



c) لفظياً:

متروك للطالب

d) تحليلياً:

يكون التمثيل البياني متماثلا حول المحور yعندما تكون n عددا زوجيا ومتماثلا حول نقطة الأصل عندما تكون n عددا فرديا

مسائل مهارات التفكير العليا:

٢١) مسألة مفتوحة:

$$f(x)=\frac{1}{x+4}+6$$

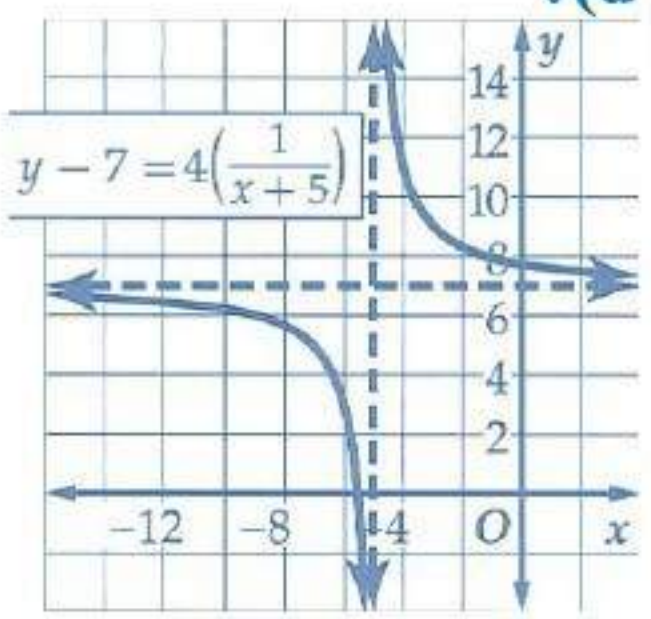
٢٢) تبرير:

a) المنحني الأول له خط تقارب رأسي عند x=0 وخط تقارب أفقي عند y=0 والمنحني الثاني ناتج عن انسحاب مقداره 7 وحدات إلى الأعلى وله خط تقارب رأسي عند x=0 وافقي عند y=7

b) لكلا المنحنين خط تقارب رأسي عند x=0 وخط تقارب أفقي عند y=0 المنحني الثاني تكدد بعامل قدره 4

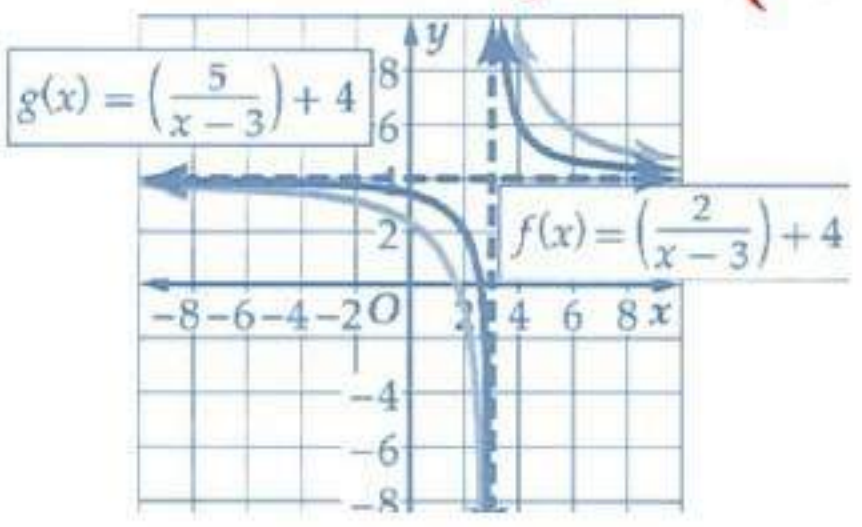
c) المنحني الأول له خط تقارب رأسي عند x=0 وافقي عند y=0 المنحني الثاني ناتج عن انسحاب مقداره 5 وحدات باتجاه اليسار وله خط تقارب رأسي عند x=-5 وافقي عند y=0

d).



٢٣) أيها لا ينتمي؟ g(x) لان كل الدوال الأخرى لا يوجد فيها متغيرات في البسط

٢٤) تحد:



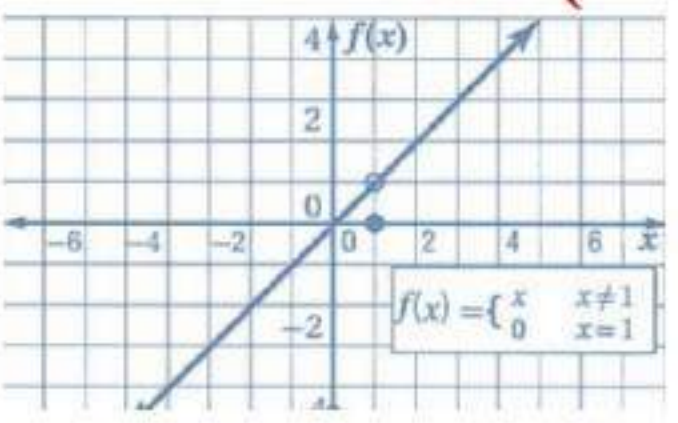
٢٥) اكتب:
دوال المقلوب تساعد في معرفة عدد الأيام التي يحتاجها الطلب
التبرع أو لمعرفة عدد الطلبة المشتركين في التبرع

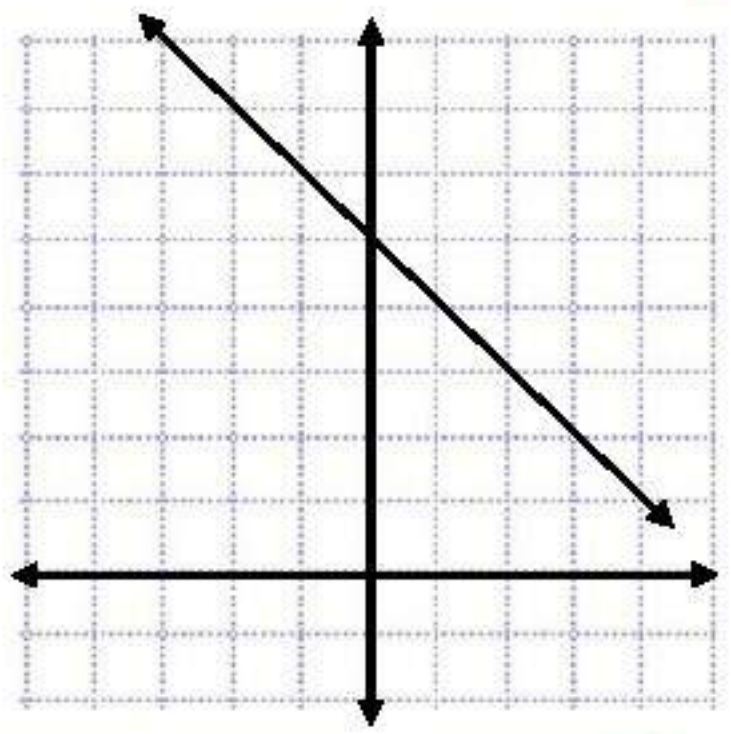
تدريب على اختبار:
٢٦) D مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا 3 -
٢٧)
A) 4

مراجعة تراكمية:
بسط كل عبارة مما يأتي:
٢٨) -2p
٢٩) $\frac{m+q}{m2+q2}$
٣٠) $\frac{2x+y}{2x-y}$

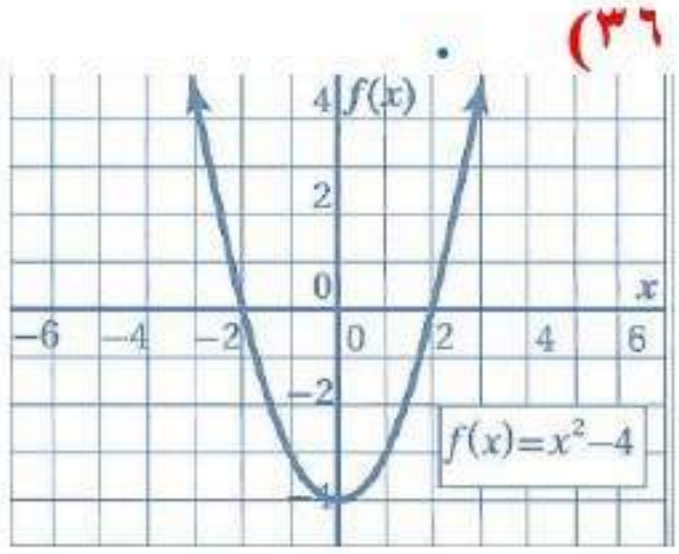
أوجد $(\frac{f}{g})(x)$, $(f.g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f+g)(x)$ للدالتين $f(x), g(x)$ في كل مما يأتي:
٣١) $f+g=2x$, $f-g=18$, $f.g=x^2-81$, $\frac{f}{g}=\frac{x+9}{x-9}$, $x\neq9$
٣٢) $f+g=6x+6$, $f-g=-2x-12$, $f.g=8x^2+6x-27$, $\frac{f}{g}=\frac{2x-3}{4x+9}$, $x\neq\frac{-9}{4}$
٣٣) $f+g=2x^2-x+8$, $f-g=2x^2+x-8$, $f.g=-2x^3+16x^2$, $\frac{f}{g}=\frac{2x2}{8-x}$, $x\neq8$

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً، وحدد مجال ومدى كل منها:
٣٤) .





(٣٦



اختبار منتد
الفصل

-

بسط كل عبارة مما يأتي:

١) $\frac{2y4\ z}{9x4}$

٢) $\frac{2a4\ b2}{5}$

٣) $\frac{2}{x+3}$

٤) $\frac{(m+2)(m+5)}{3}$

٥) R+3

٦) $\frac{2y(y-2)}{3(y+2)}$

٧) اختيار من متعدد:

B) $\frac{r+4}{r-2}$

٨) اختيار من متعدد: C) 9 ,- 1 ,- 3

٩)

-3x(x-1)

بسط كل عبارة مما يأتي:

١٠) $\frac{3y2+2x}{6xy3}$

١١) $\frac{6n2+8-48mn}{12mn2}$

١٢) $\frac{5r-6}{(r-6)(r+3)(r-2)}$

١٣) $\frac{3x}{x+y}$

١٤) $\frac{x2+4x-7}{2(x-4)(x+1)}$

١٥) **أوجد محيط المستطيل في الشكل أدناه .**

$\frac{18x-6}{(x-3)(x+1)}$

١٦) **سفر:**

(a

$\frac{50}{x}$h

(b

$\frac{50}{x-15}$h

(c

$\frac{50(2x-15)}{x(x-15)}$

حدد خطوط التقارب، والمجال، والمدى لكل من الدالتين الآتيتين:

١٧) $x=-3 , y=0$

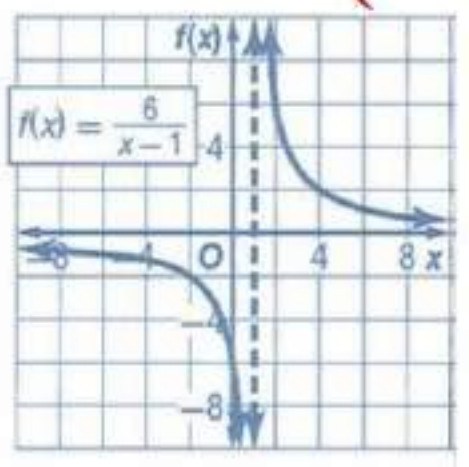
المجال=$\{x|x\neq-3\}$ ،**المدى**=$\{f(x)|f(x)\neq0\}$

١٨) $x=6 , y=4$

المجال=$\{x|x\neq6\}$ ،**المدى**=$\{f(x)|f(x)\neq4\}$

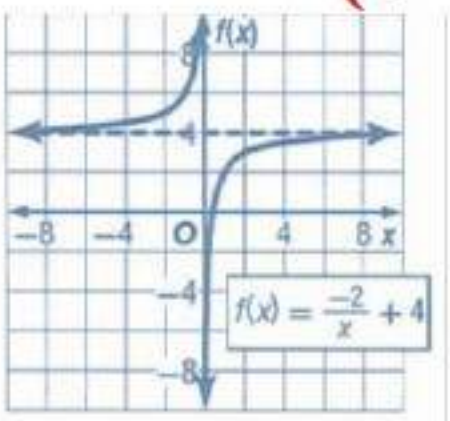
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً، وحدد مجال ومدى كل منها:

١٩)



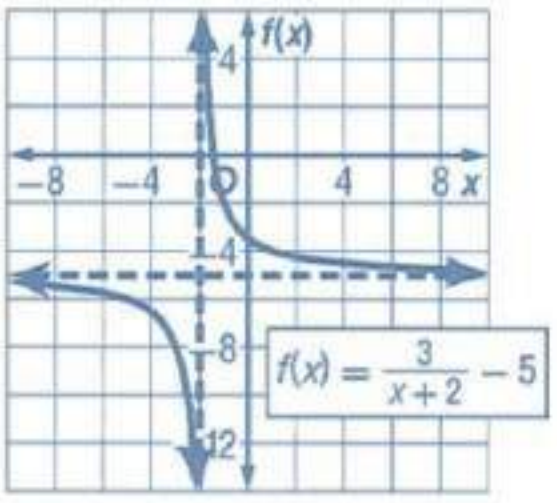
لمجال = $\{x \mid x \neq 1\}$، المدى = $\{f(x) \mid f(x) \neq 0\}$

٢٠)



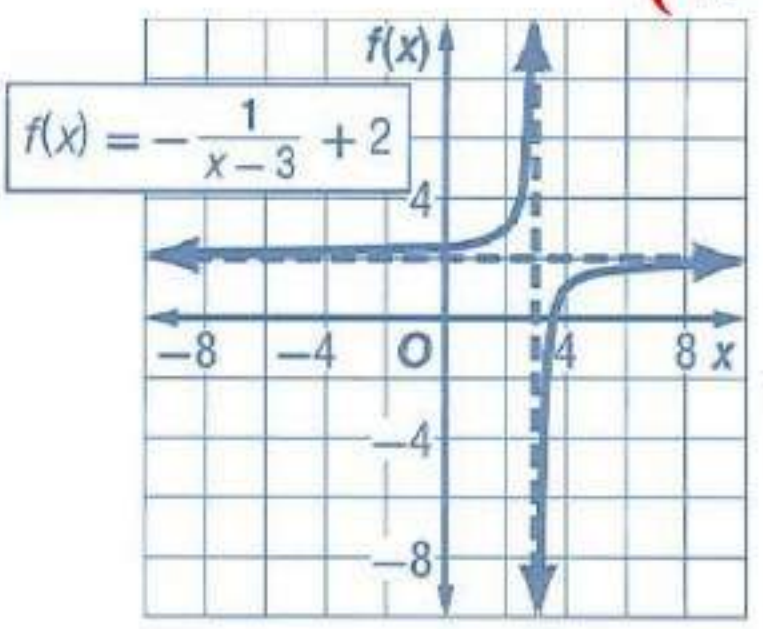
المجال = $\{x \mid x \neq 0\}$، المدى = $\{f(x) \mid f(x) \neq 4\}$

(٢١



لمجال = $\{x \mid x \neq -2\}$، المدى = $\{f(x) \mid f(x) \neq -5\}$

(٢٢



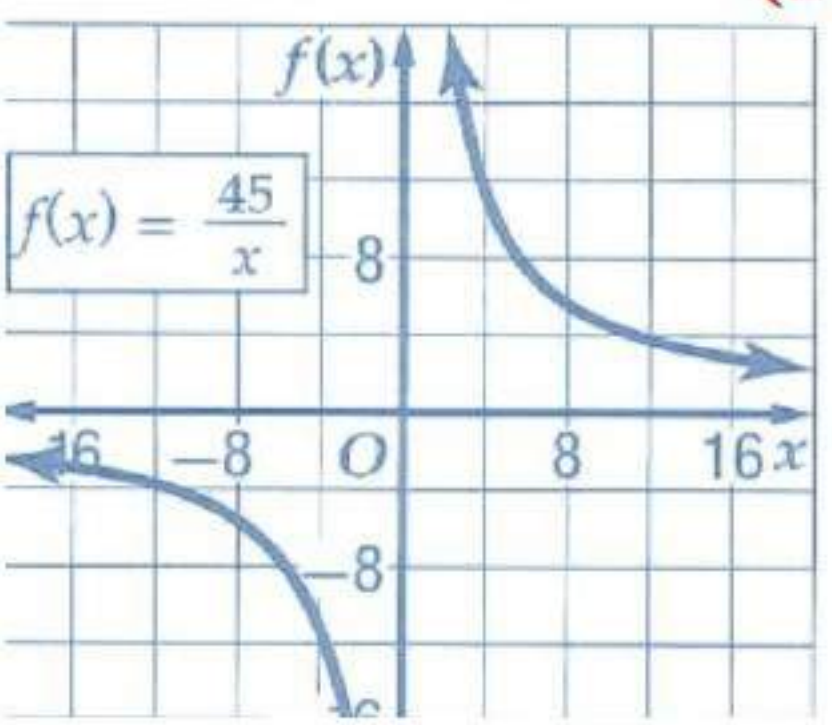
لمحال = $\{x \mid x \neq 3\}$، المدى = $\{f(x) \mid f(x) \neq 2\}$

23) شطائر:

(a

$$f(x)=\frac{45}{x}$$

(b



4-1 تمثيل الدوالّ النسبية بيانيًّا

تحقق من فهمك:

$$\frac{x^3}{x-1}$$

الخطوة 1: أوجد مجال الدالة

$x-1=0$ $\qquad$ $b(x)=0$

$x=1$ $\qquad$ أضف 1 لكلا الطرفين

إذن مجال الدالة هو جميع الأعداد باستثناء $x=1$

الخطوة 2: أوجد خطوط التقارب.

أوجد خط التقارب الرأسي.

بما أن المقام يصبح صفرا عند $x=1$.

إذن يوجد خط تقارب رأسي للدالة عند $x=1$.

وبما أن درجة البسط أكبر من درجة المقام، فلا يوجد خط تقارب أفقي للدالة.

الخطوة 3: أوجد أصفار الدالة

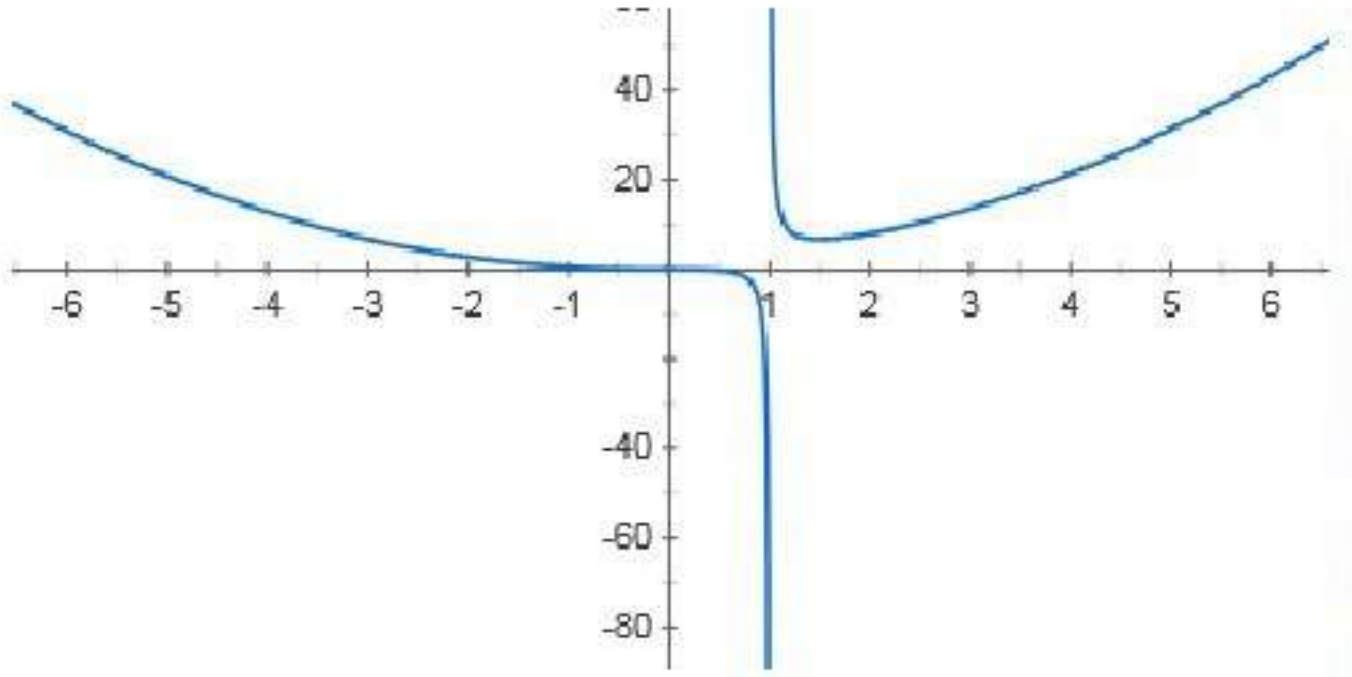
$x^3=0$ $\qquad$ $a(x)=0$

$x=0$ $\qquad$ خذ الجزر التكعيبي للطرفين

يوجد للدالة صفر عندما $x=0$ وهذا يعني أن منحنى الدالة يقطع المحور x عند النقطة $(0,0)$

الخطوة 4: مثل بيانيا

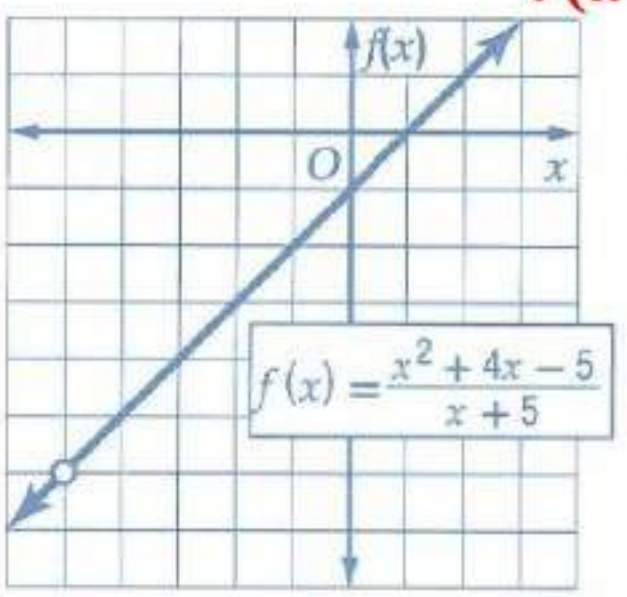
x	$f(x)$
−3	6.75
−2	2.66
−1	0.5
0	0
0.5	−0.25
1.5	6.75
2	8
3	13.5



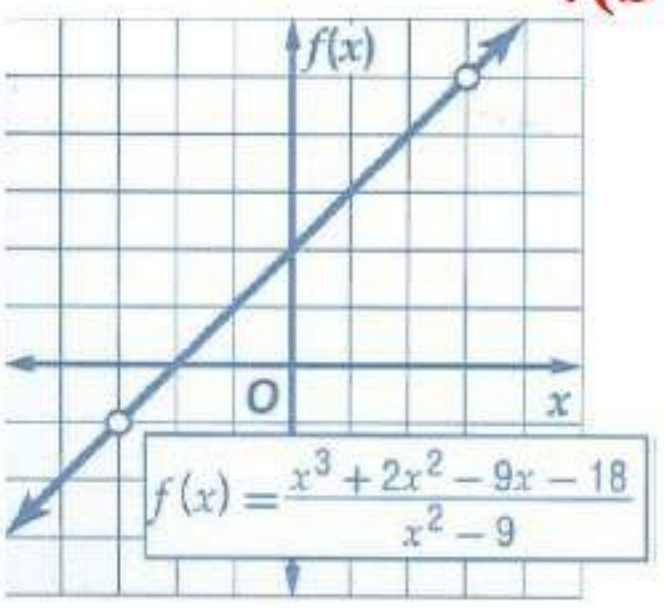
2) رواتب:
متروك للطالب

مثل كلاً من الدالتين الآتيتين:

a).



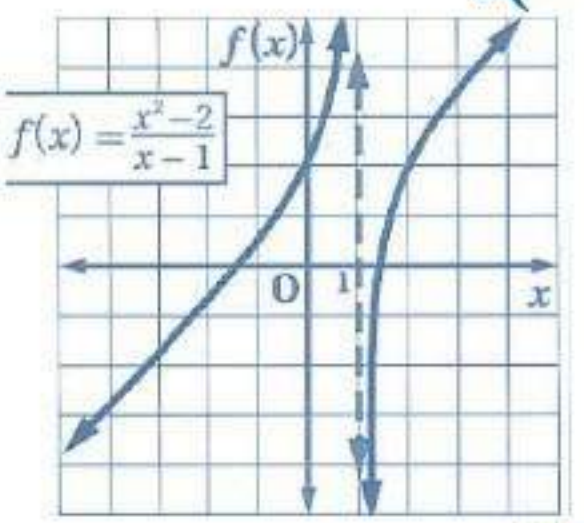
b).



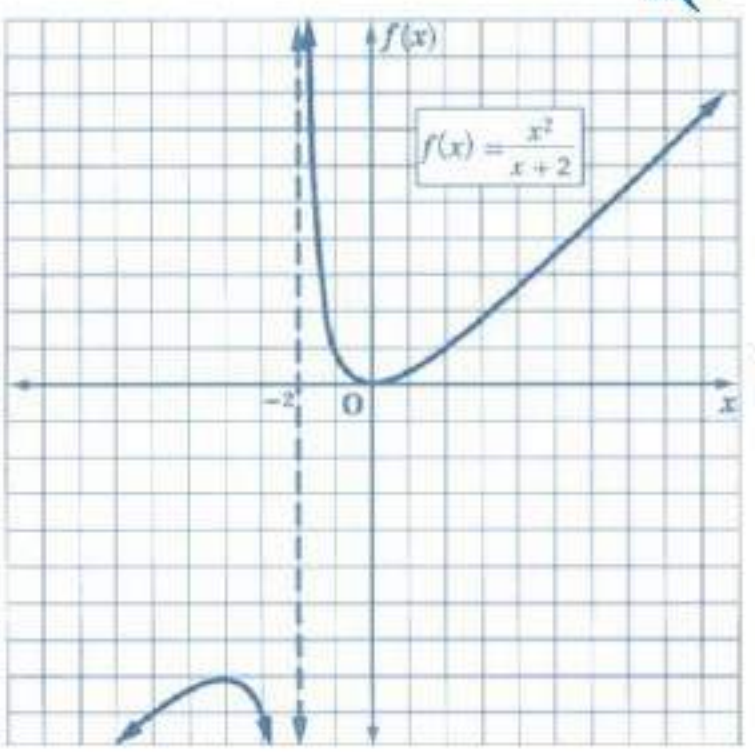
تأكد:

مثل الدالتين الآتيتين بيانياً:

١).

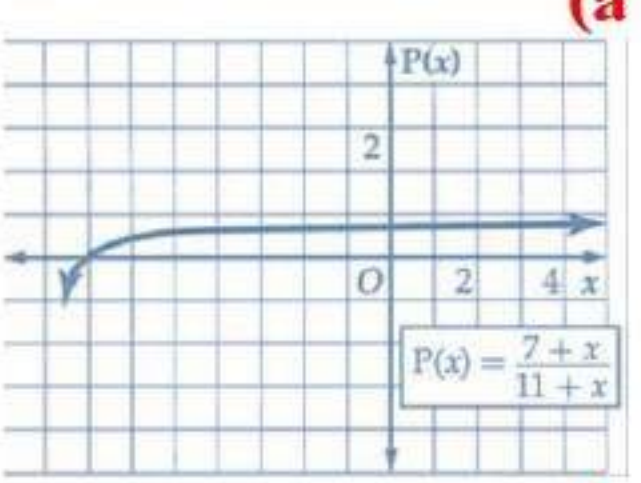


٢).



3) كرة سلة:

a)



b)

الجزء الواقع في الربع الأول من المستوي الإحداثي

c)

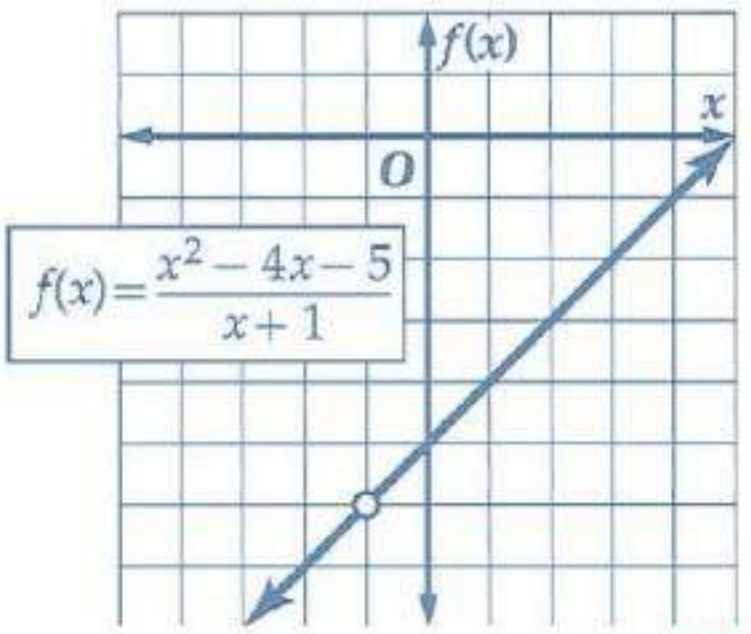
يمثل النسبة المئوية للأهداف التي سجلها في البداية التدريب وهي 63.6%

d)

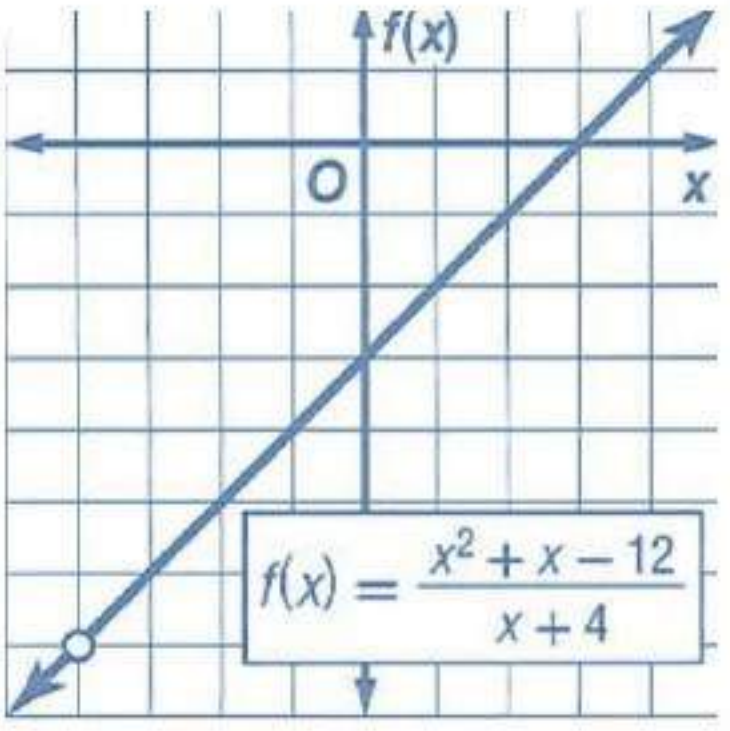
y=1 وهو يمثل نسبة 100% ولا يمكن الوصول إليها لأنه أد البداية

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

4)



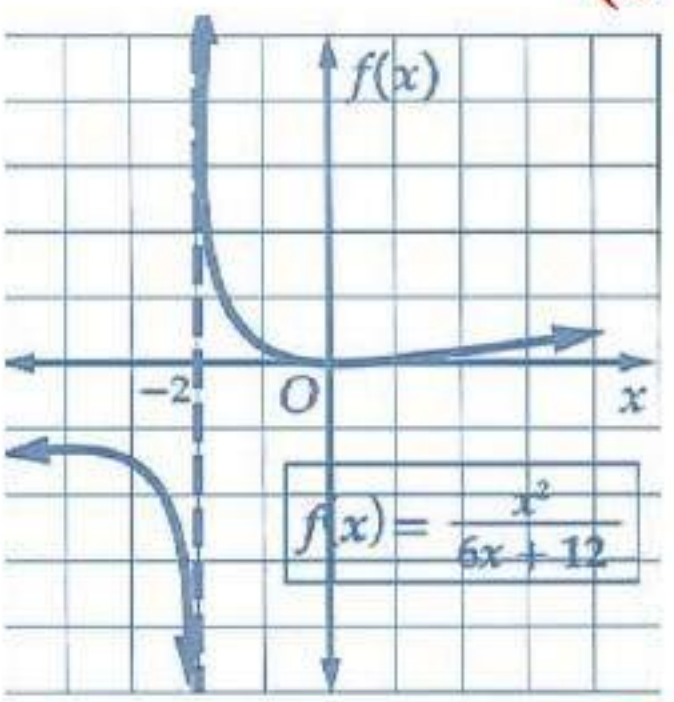
(5



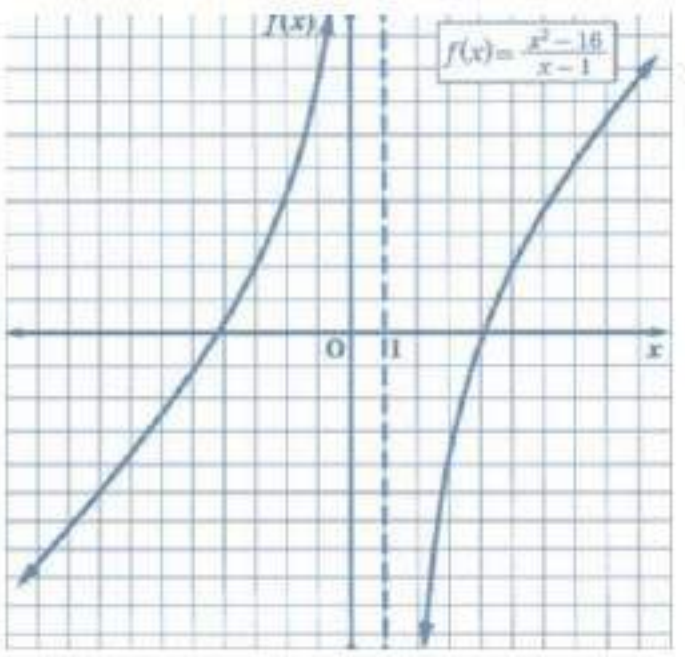
تدرب وحل المسائل:

مثل كلاً من المعادلتين الآتيتين بيانياً:

6)

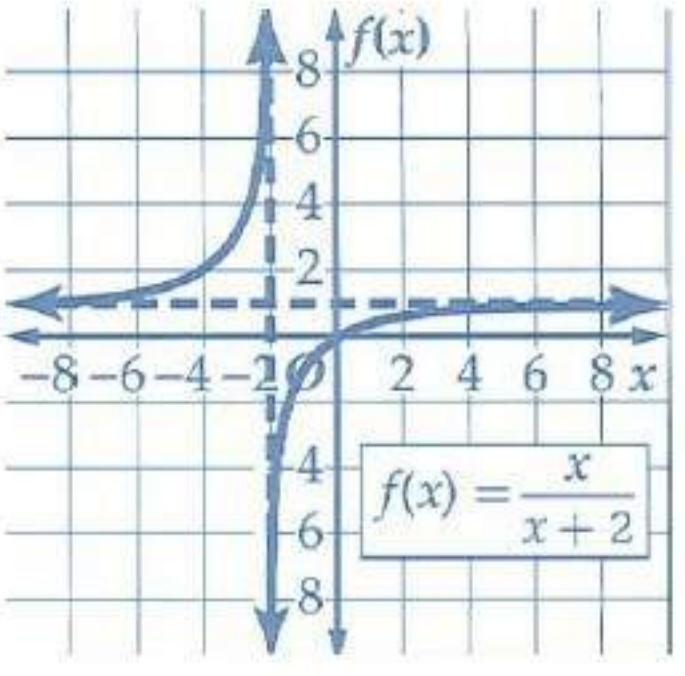


7)

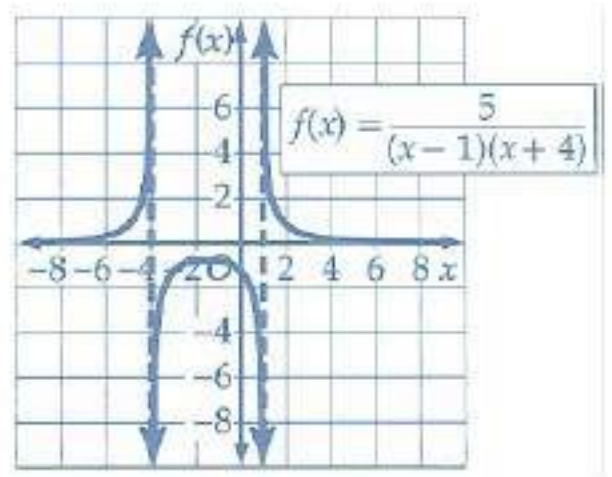


مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

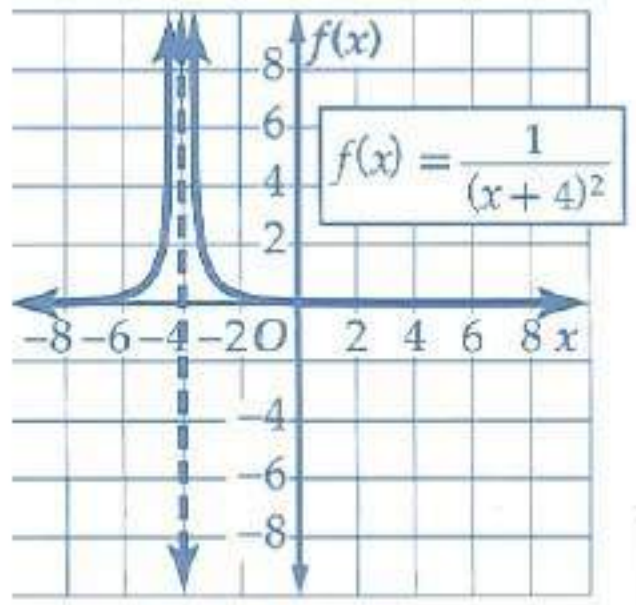
8)



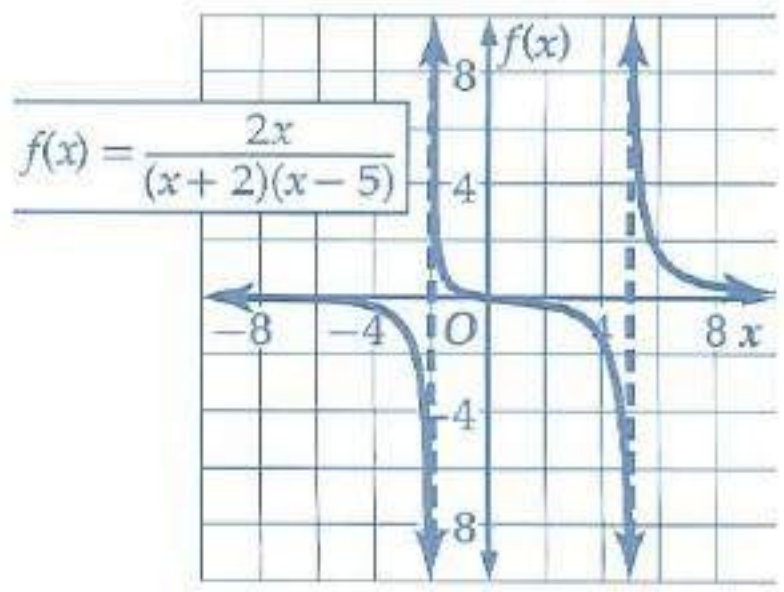
(9


f(x)
6
4
2
−8 −6 −4 −2 O 2 4 6 8 x
−4
−6
−8
$f(x) = \frac{5}{(x-1)(x+4)}$

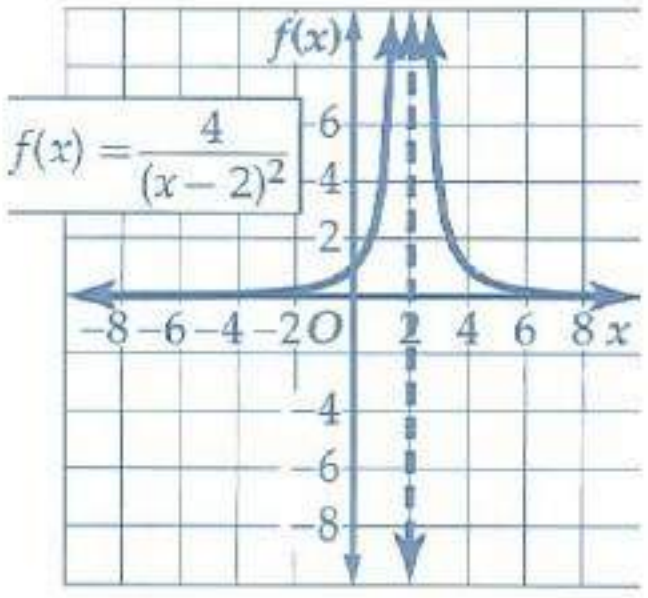
(10


f(x)
8
6
4
2
−8 −6 −4 −2 O 2 4 6 8 x
−4
−6
−8
$f(x) = \frac{1}{(x+4)^2}$

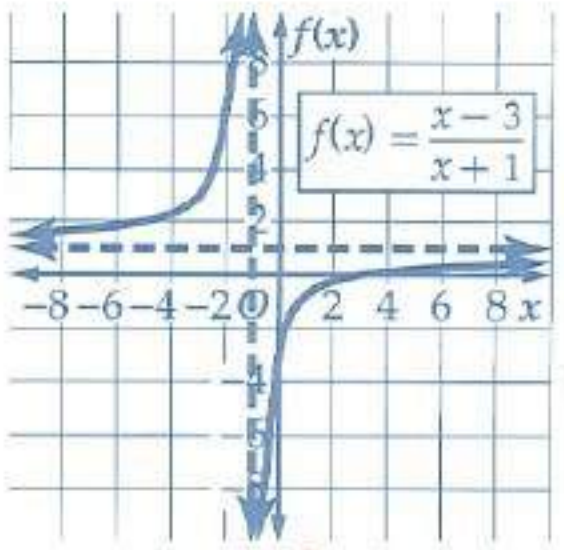
(11


f(x)
8
4
−8 −4 O 4 8 x
−4
−8
$f(x) = \frac{2x}{(x+2)(x-5)}$

(12

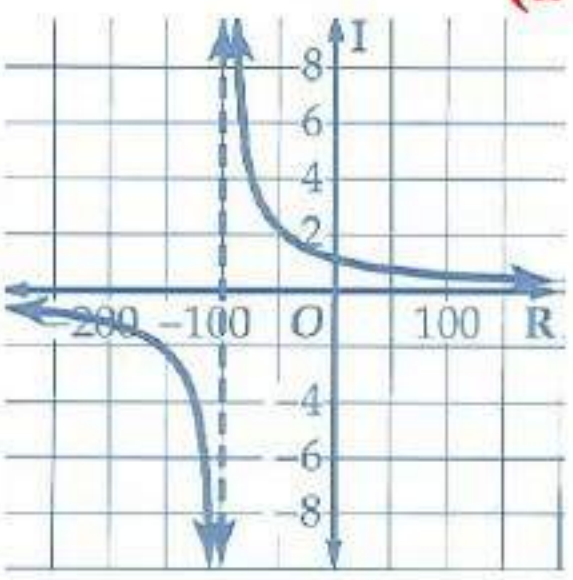


(13



١٤) بناء:

(a



(b

لا يوجد تقاطع مع المحور R مقطع C هو 1.2، R_1=-100

(c

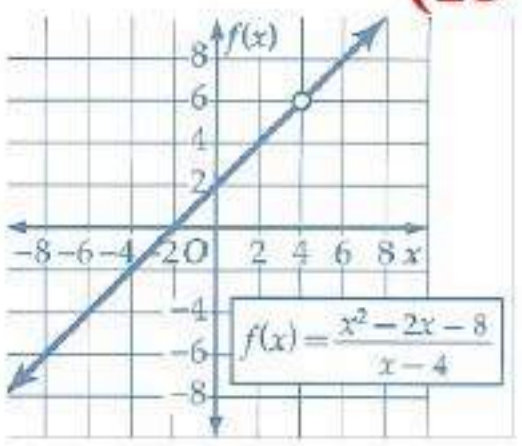
0.5 Amp

(d

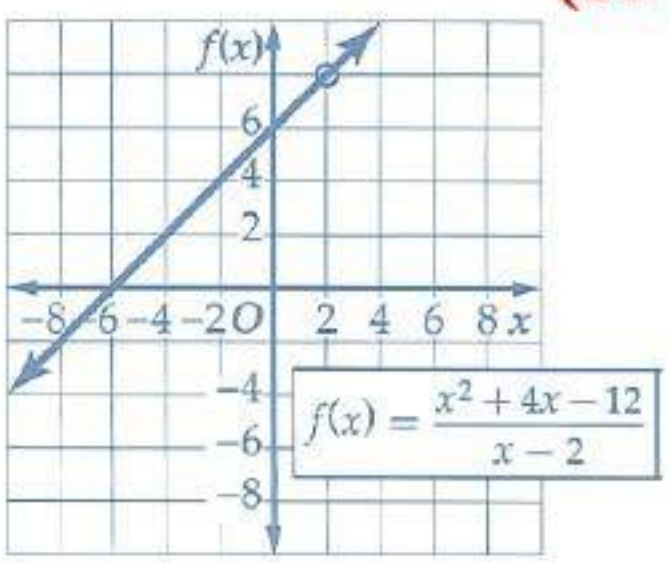
$R_1 \geq 0$, $0 < C \leq 1.2$

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

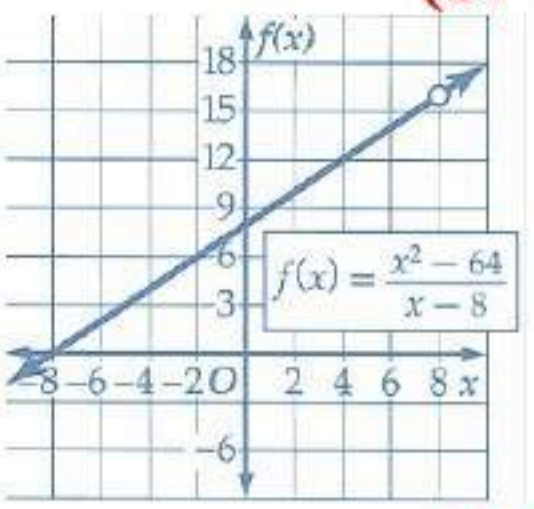
(15



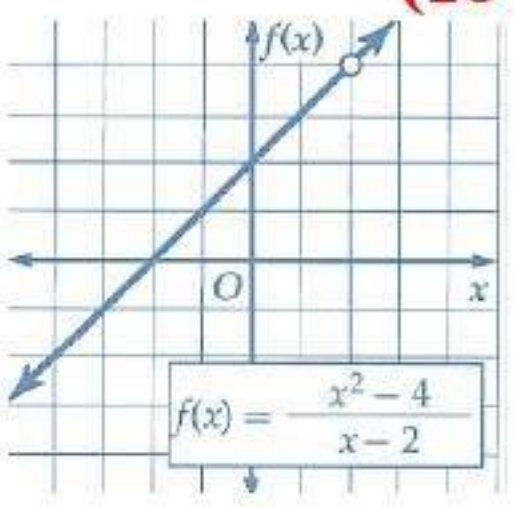
(16



(17



(18



أوجد معادلات خطوط التقارب الرأسية، ونقط الانفصال (إن وجدت) للتمثيل البياني لكل دالة مما يأتي:

19) معادلة خط التقارب الرأسي x=-5 ونقطة انفصال عند x=-4

20) معادلة خط التقارب الرأسي x=-3 , x=0 ولا يوجد نقطة انفصال

21) لا يوجد خط تقارب رأسي ، نقطة الانفصال عند x=5

22) اتصالات:

(a

$$f(x)=\frac{1500+300x}{x}$$

(b

$$x=0,\ y=300$$

(c

لان عدد الأشهر ومتوسط التكلفة الشهرية لا يمكن أن تكون قيما سالبة.

(d

$$f(x)=\frac{1500+300x}{x}$$

$$450=\frac{1500+300x}{x}$$

$$450x=1500+300x$$

$$450x-300x=1500$$

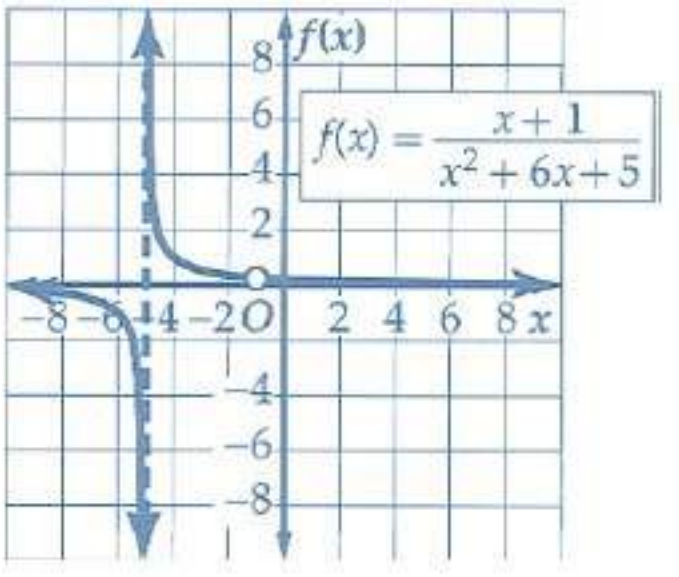
$$150x=1500$$

$$x=\frac{1500}{150}=10$$

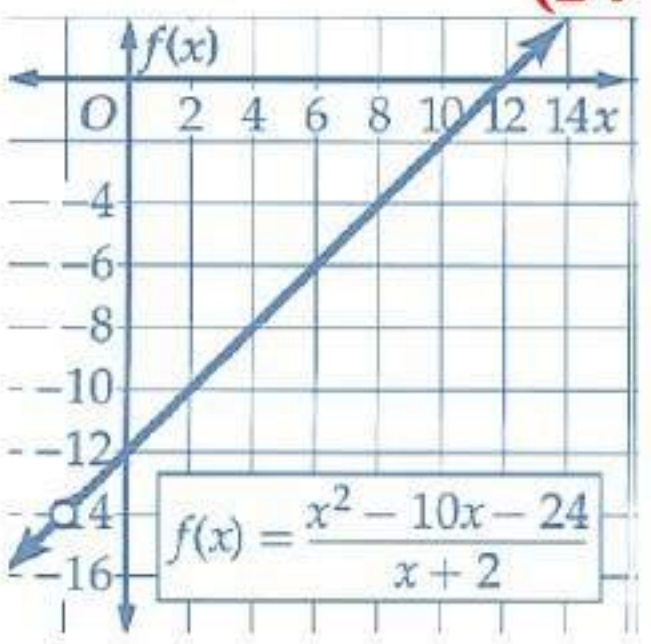
إذن بعد 10 أشهر يكون متوسط التكلفة 450

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

23)

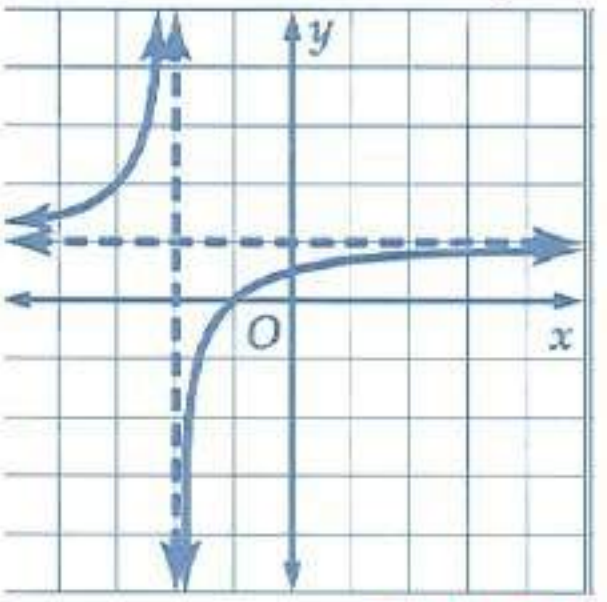


(24



مسائل مهارات التفكير العليا:

25) مسألة مفتوحة:



26) تحد:

$$f(x)=\frac{x2-1}{x-1}$$

27) تبرير:

التمثيل البياني للدالة g(X) فيه فجوة عند x=-3

28) برهان:

متروك للطالب

29) اكتب:

يمكن تحديد خطوط التقارب الرأسية لدالة نسبية بتحليل المقام إلى عوامله ومساواة كل عامل بالصفر وإذا وجد عامل مشترك بين البسط والمقام مثل X-C فهذا يعني وجود نقطة انفصال عند X=C

تدريب على اختبار:

30)

C) 15

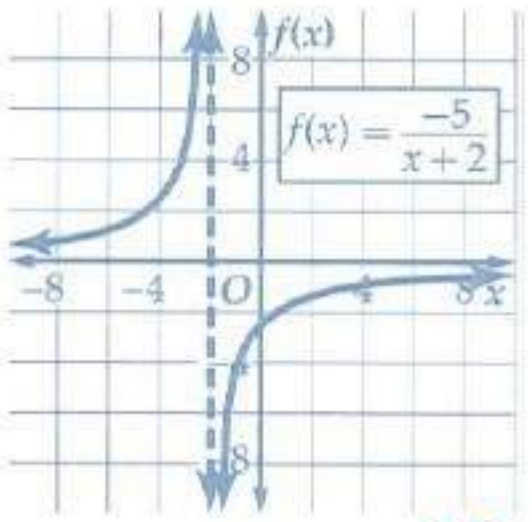
31) هندسة:

B) 280

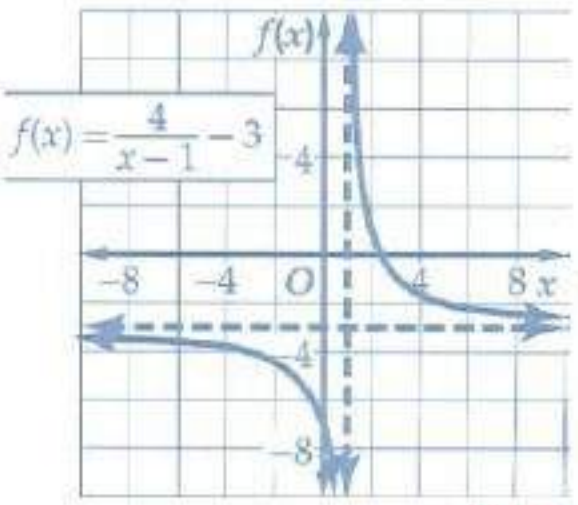
مراجعة تراكمية:

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً، وحدد مجال ومدى كل منها:

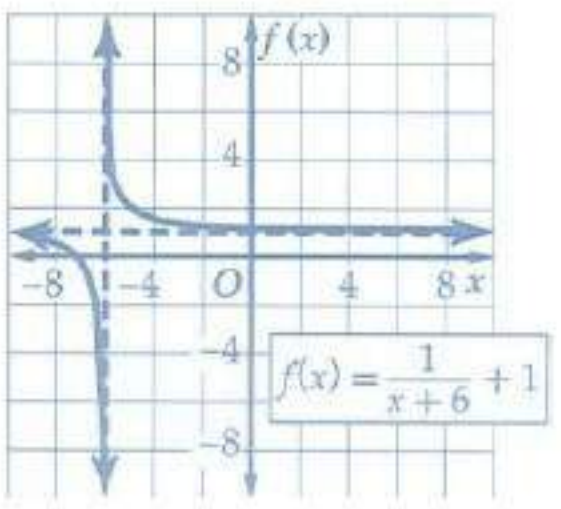
(32



(33



(34



بسط كل عبارة مما يأتي:

(35

$$\frac{5m-4}{3(m+2)(m-2)}$$

(36

$$\frac{2(d2-4d+6)}{(d-2)(d+4)(d-4)}$$

(37

$$\frac{y(y-9)}{(y-3)(y+3)}$$

(38

$$\frac{7x+38}{2(x+4)(x-7)}$$

39) سفر:

a) mi/h

b) 45 mi/h

الزمن (h)	المسافة (mi)
0	0
1	55
2	110
3	165
4	165
5	225

5-4 توسع: تمثيل الدوال النسبية بيانياً

تمارين:

استعمل الحاسبة البيانية لتمثيل كل دالة مما يأتي بيانياً، واكتب الإحداثي x لنقاط الانفصال ومعادلات خطوط التقارب (إن وجدت):

١) $x=0 , y=0$

٢) $x=-2 , y=1$

٣) $x=4 , y=0$

٤) $x=2, y=\frac{2}{3}$

٥) $x=1 , y=4$

٦) نقطة انفصال عند $x=-3$

تحقق من فهمك:

1) 30

2) 28

3) $x_1y_1 = x_2y_2$ تناسب عكسي

$$24(-4) = -12(x_2)$$

$$-96 = -12(x_2)$$

$$\frac{96}{12} = x_2$$

$$8 = x_2$$

4) 5.2مرة

5) -80

تأكد:

1) 21
2) -27
3) -32
4) خرائط: 90 mi
5). -48

تدرب وحل المسائل:

إذا كانت x تتغير طردياً مع y، فأوجد قيمة x عندما y = 8 في كل من الحالا الآتيتين:

6) 1.5

7) $\frac{-88}{3}$

8) فضاء:

$m=\frac{1}{6}w$

إذا كانت a تتغير تغيراً مشتركاً مع b و c فأوجد قيمة a عندما b = 4 و c = - 3 في كل من الحالتين الآتيتين:

9) 72

10) -3

إذا كانت f تتغير عكسياً مع g، فأوجد قيمة f عندما g = - 6 في كل من الحالتين الآتيتين:

11) 38

12) 2.1

13) طيور:

a) d=50t

b) 60h

14) -6

حدد إذا كانت كل علاقة ممثلة في الجداول أدناه تمثل تغيراً طردياً، أو تغيراً عكسياً، أو غير ذلك:

15) طردي

x	y
4	12
8	24
16	48
32	96

16) عكسي

x	y
8	2
4	4
-2	-8
-8	-2

17) غير ذلك

x	y
2	4
3	9
4	16
5	25

18) 4

حدد إذا كانت المعادلة في كل مما يأتي تمثل تغيراً طردياً، أو عكسياً، أو مشتركاً، أو مركباً، ثم أوجد ثابت التغير (التناسب) في كل منها:

19)

طردي ، 27

20)

عكسي ، 7

21)

عكسي ، 10-

22)

مشترك ، 20

23) كيمياء:

a)

مركبا

b)

1.82 ضغط جوي تقريبا أو $\frac{20}{11}$ ضغط جوي

24) جاذبية:

(a

2×10^{20} N تقريبا

(b

3.5×10^{22} N تقريبا

مسائل مهارات التفكير العليا:

25) اكتشف الخطأ:

يوسف لان تركي قام بعملية الضرب في الوقت الذي كان يجب عليه ان يقوم بعملية القسمة

26) تبرير:

كل تغير مشترك هو تغير مركب بسبب وجود تغيرين طرديين في الوقت الذي يمكن أن يحتوي فيه التغير المركب على تغير طردي وآخر عكسي مما لا يجعله تغيرا مشتركا

27) مسألة مفتوحة: القوة تتغير تغيرا مشتركا مع كتلة الجسم وتسارعه

28) اكتب:

التغير العكسي وبعض أنواع التغير المركب لا يمكن أن يكون الصفر ضمن مجالها لان القسمة على الصفر غير معرفة

تدريب على اختبار:

29)

B) 105 -

30) ما التغير الذي تمثله العلاقة الموضحة بالجدول المجاور؟

x	y
15	5
18	6
21	7
24	8

A) طردي

مراجعة تراكمية:

حدد خطوط التقارب الرأسية والفجوات (إن وجدت) في التمثيل البياني لكل دالة نسبية مما يأتي:

31)

خطوط التقارب: $x=-3$, $x=-2$

32)

خطوط التقارب: $x=1$, $x=-4$

33)

خطوط التقارب: $x=-3$

أوجد LCM لكل مما يأتي:

34) $2a(a+1)$

35) $24x$

36) $6x^4y$

تحقق من فهمك:

حُل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة حلك:

a) 8

b) ليس لها حل

c) $3, \frac{-1}{2}$

d) $\frac{7}{3}$

2)

125 mL

3) طيران:

339.5 mi/h

٣)

15 h

حل كلاً من المتباينيتين الآتيتين:

a) $0<x<9.3$

b) $x<0 , x>15$

تأكد:

حُل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة حلك:

١) 11

٢) 9

٣) 8

٤) 14

٥) كيمياء: 5 ml

٦) مسافة:

a) $\frac{20}{11.5+x}$

b) $\frac{20}{11.5-x}$

c). $\frac{20}{11.5+x}+\frac{20}{11.5-x}=\frac{23}{6}$

3.5 mi/h

٧) $2\frac{8}{11}$ **يوم**

حُل كل متباينة مما يأتي، وتحقق من صحة حلك:

٨).

x<0 , x>1.75

٩)

x<-2 , 2<x<14

١٠)

-4 <x<3

تدرب وحل المسائل:

حُل كل معادلة مما يأتي، وتحقق من صحة حلك:

١١) 9

١٢) Ø

١٣) كيمياء: 180ml

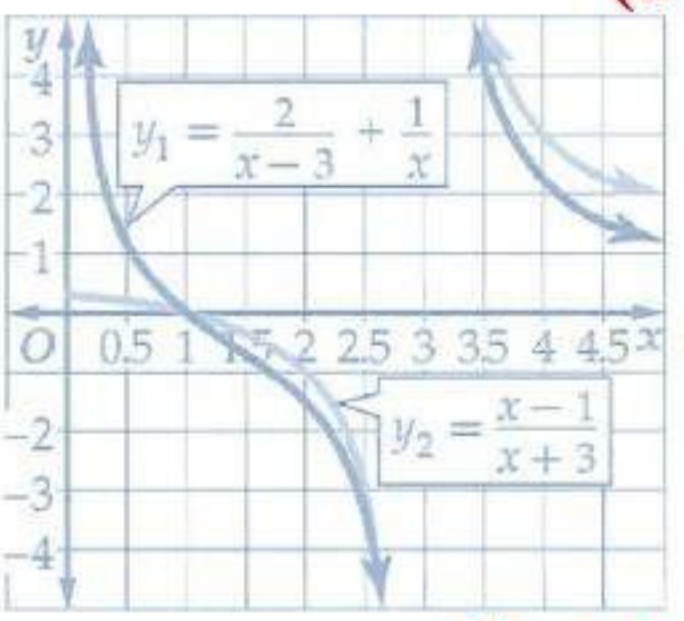
١٤) بناء: 6.86 h

١٥) رحلة جوية: 55.56 mi/h

١٦) تمثيلات متعددة:

a) 1، نعم ، 3

b)



c) 1 ، لا

d) مثل كلا من طرفي المعادلة بيانيا وعند نقطة تقاطعها يكون للمعادلة حل وإذا لم يتقاطعا فالحل الممكن يكون دخيلا

١٧) حل المعادلة : 1-

مسائل مهارات التفكير العليا:

١٨) مسألة مفتوحة: $\frac{7}{4}+\frac{x}{x-4}=\frac{4}{x+3}$

١٩) تحد:كل الأعداد الحقيقية ماعدا 5 , 5- ,0

٢٠) تبرير: لان ضرب طرفي معادلة نسبية في LCM للمقامات قد ينتج حلا دخيلا

٢١) اكتب:قيم الدالة تكون غير معرفة عند العددين 2,3- ويكون عندهما خطا التقارب رأسيان

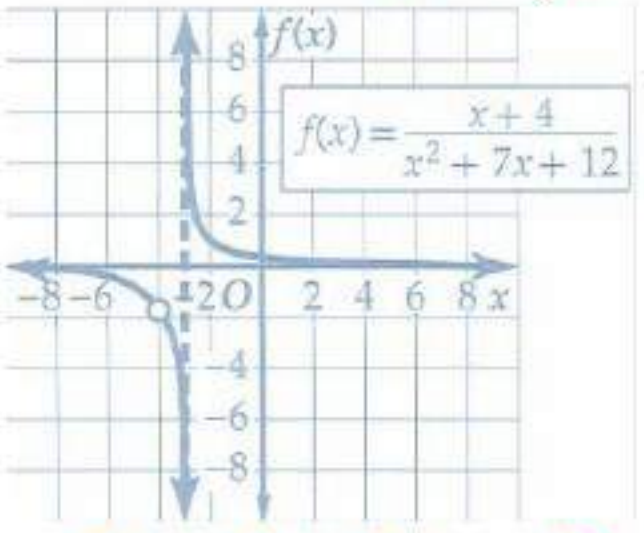
٢٢) D.1

٢٣) C. $\frac{-1}{7}$

مراجعة تراكمية:

٢٤) عكسي

٢٥) .



٢٦) 26 , 32 , 38

تمارين:

حل كل معادلة أو متباينة مما يأتي:

١) 2

٢) 6

٣) 1.5

٤) جميع الأعداد الحقيقية ماعدا 1

٥) لا يوجد حل في الأعداد الحقيقية

٦) $\{x|0<x<0.3\}$

٧) $\{x|x<0\ ,\frac{2}{3}<x<1\}$

٨) $\{x|-4\leq x<1\}$

٩) $\{x|x\leq 0.5\ ,\ x>1\}$

دليل الدراسة والمراجعة

اختبر مفرداتك:

اختر المفردة المناسبة من القائمة السابقة لإكمال كل جملة فيما يأتي:

١) الكسر المركب هو عبارة نسبية بسطها ومقامها أو أحدهما عبارة نسبية .

٢) إذا تغيرت كميتان عكسيا فحاصل ضربهما يساوي ثابتاً k .

٣) يعبر عن التغير الطردي بمعادلة على الصورة $y = kx$.

٤) تُسمى المعادلة التي تحتوي على عبارة نسبية أو أكثر معادلة نسبية

٥) التمثيل البياني للمعادلة $y = \frac{x}{x+2}$ له خط تقارب رأسي عند $x = -2$.

٦) يحدث التغير المشترك عندما تتغير كمية ما طردياً مع حاصل ضرب كميتين أخريين أو أكثر

٧) تُسمى النسبة بين كثيرتي حدود العبارة النسبية

٨) تظهر نقطة الانفصال على شكل فجوة في التمثيل البياني للدالة لأن الدالة غير معرفة عندها

٩) يحدث التغير المركب عندما تتغير كمية ما طردياً أو عكسياً أو كليهما معاً مع كميتين أخريين أو أكثر .

مراجعة الدروس:

بسط كل عبارة ما يأتي:

١٠) $\frac{-10yz2}{9x}$

١١) $\frac{x-4}{x+4}$

١٢) $\frac{x-1}{x-2}$

١٣) $\frac{x}{5(x-y)}$

$x-3$

١٥) هندسة: 6x -18 cm

بسط كل عبارة مما يأتي:

١٦) $\frac{27b+10a2}{12ab2}$

١٧) $\frac{-x+10}{4(x-2)(x+2)}$

١٨) $\frac{3xy3+8y3-5x}{6x2y2}$

١٩) $\frac{-4x-18}{(x-5)(x+2)(x-3)}$

٢٠) $\frac{12x2-10x+6}{2(x+2)(3x-4)(x+1)}$

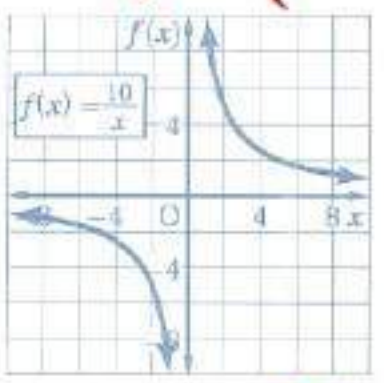
٢١) $\frac{-2x2+3}{4x2+11x+5}$

٢٢) هندسة:

$\frac{10x+20}{(x+1)(x+6)}$

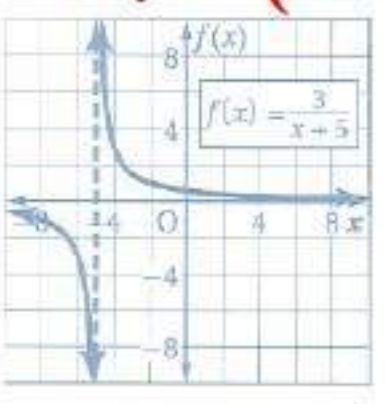
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً، وحدد مجال ومدى كل منها:

٢٣) .

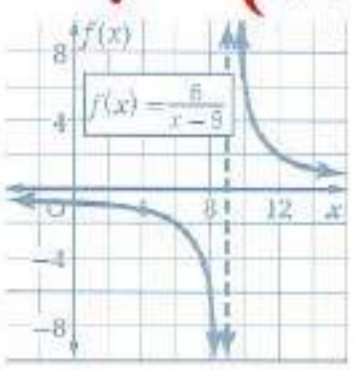


٢٤) .

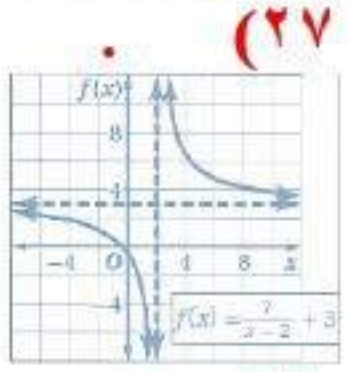
٢٥) .



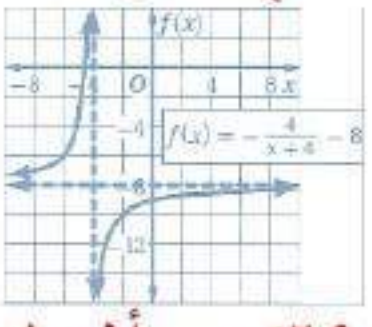
٢٦)



٢٧)

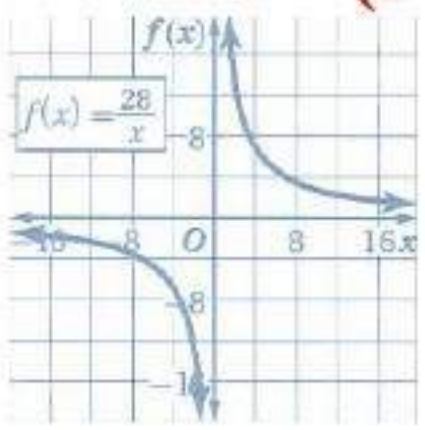


٢٨)



٢٩) أشجار:

(a



(b

أوجد معادلات خطوط التقارب الرأسية، ونقط الانفصال (إن وجدت) للتمثيل البياني لكل دالة مما يأتي:

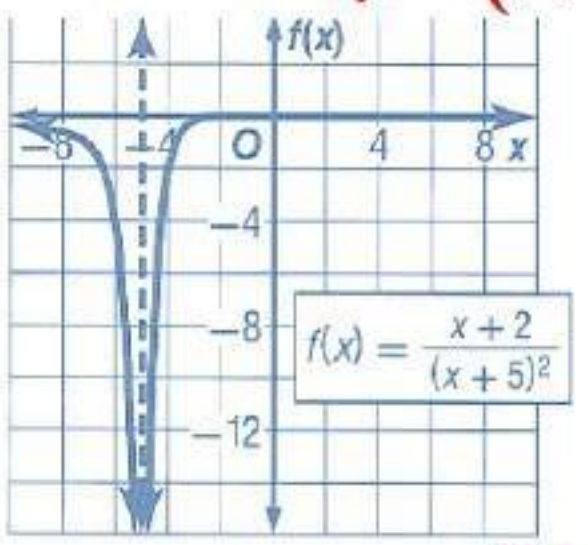
٣٠) $x=-4 , x=0$

٣١) $x=-4$نقطة انفصال عند $x=-2$

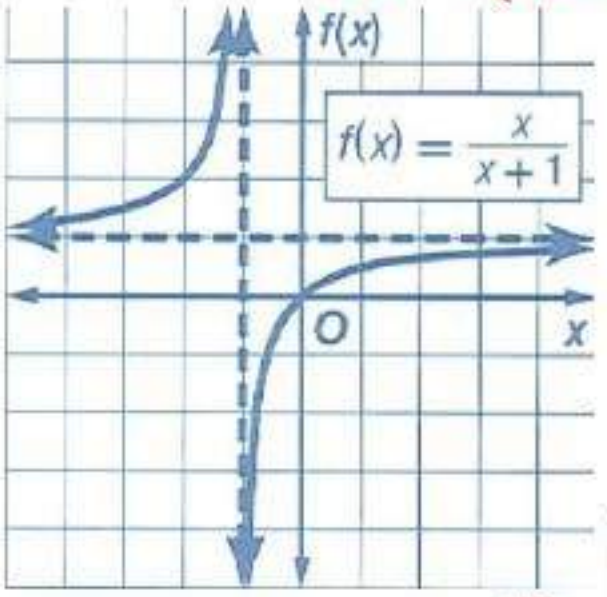
٣٢) $8=$ نقطة انفصال عند $x=-3$

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

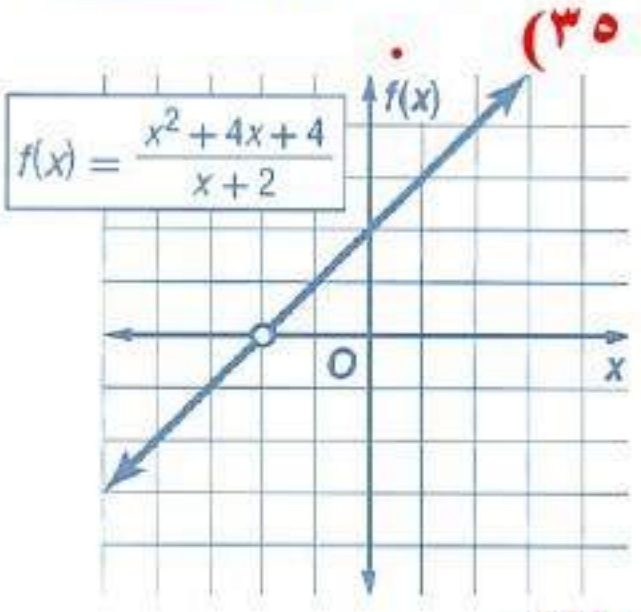
٣٣) .



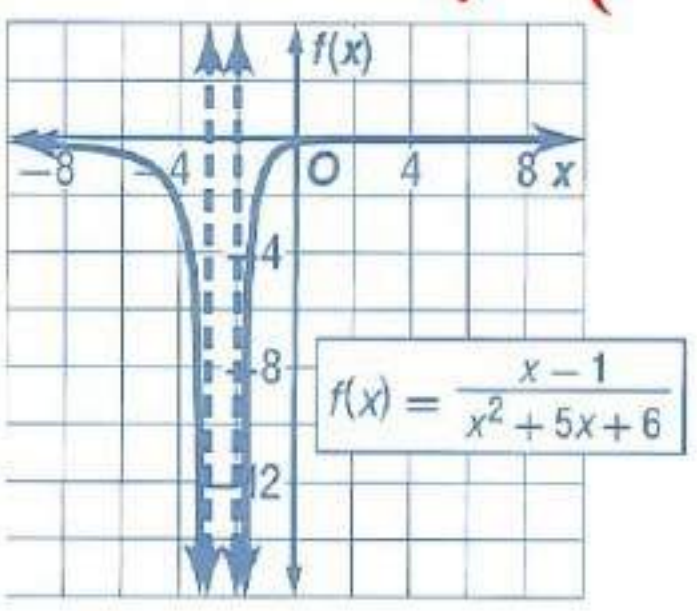
٣٤) .



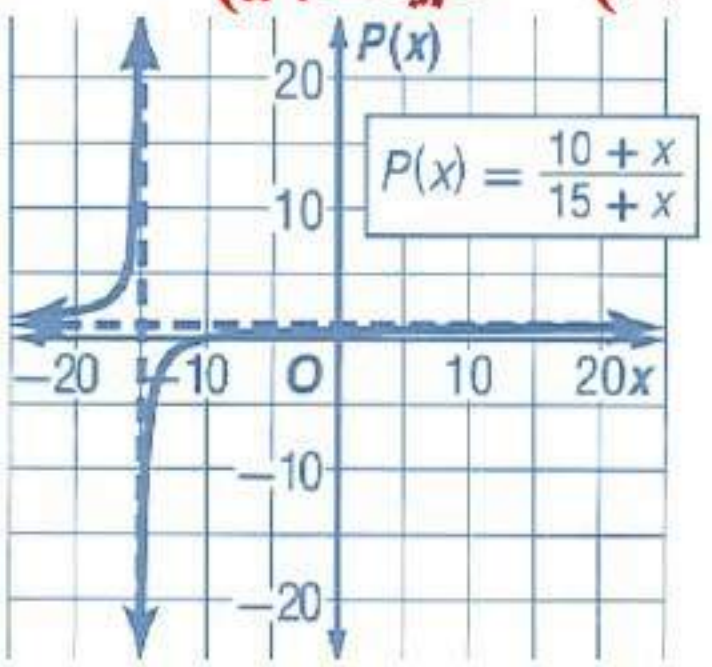
٣٥) .



٣٦) .



٣٧) مبيعات: a)



(b

المجال=$\{x|x\geq 0\}$، المدى=$\{p(x)|0.667\leq p(x)<1\}$

٣٨) a=15 .

٣٩) y=-10.5 .

٤٠) $y=\frac{-1}{3}$.

٤١) y=30 .

٤٢)

$$x_1 = \frac{ky}{r_1} \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{ky_2}{r_2}$$

$$k = \frac{xr_1}{y_1} \quad \text{و} \quad k = \frac{xr_2}{y_2}$$

$$\frac{xr_1}{y_1} = \frac{xr_2}{y_2}$$

$$\frac{12(4)}{6} = \frac{8(10)}{y_2}$$

$$y_2 = \frac{48(10)}{12(4)} = \frac{480}{48} = 10$$

$$y_2 = 10$$

٤٣) مهن: 75 ريالا

حُل كل معادلة أو متباينة مما يأتي، وتحقق من صحة حلك:

٤٤) $x=\frac{46}{17}$

٤٥) $x=13$

٤٦) $x=-7$

٤٧) $x=-4 , x=-0.5$

٤٨) $x=8$

٤٩) $x<1$

٥٠) $x=1.5$

51) عمل: $1\frac{5}{7}\ h$

اختبار الفصل

بسط كل عبارة مما يأتي:

١) $8r^2$

٢) $\frac{-2(m+2)}{m}$

٣) $\frac{m+3}{n-3}$

٤) $\frac{x+4}{x-1}$

٥) $\frac{x+7}{3(2x+1)}$

٦) $\frac{-x+3}{2(x-1)(x+1)}$

٧) $\frac{4y2+14y-21}{14y2}$

٨) $\frac{2x+1}{5x-1}$

٩) حدد خطوط التقارب، والمجال والمدى للدالة الممثلة بيانياً أدناه .

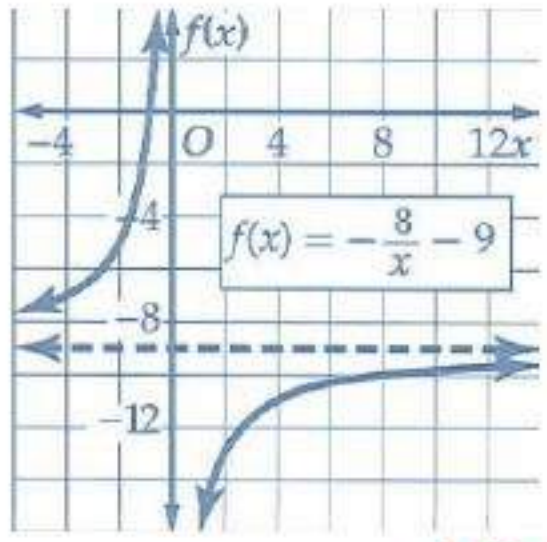
$x=-2 , y=-5$

10) اختيار من متعدد:

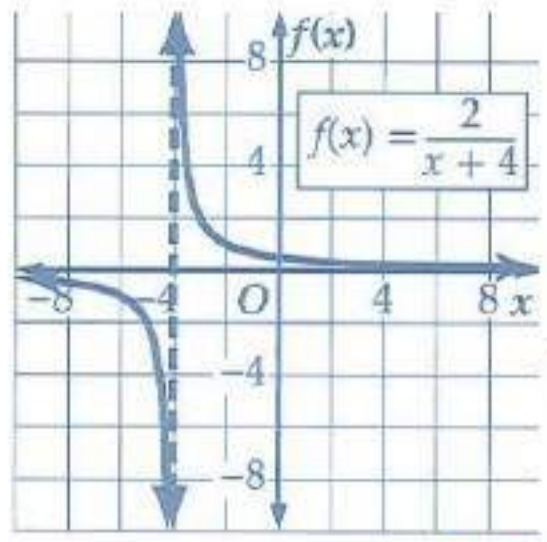
A) $x = -2$

مثل كل دالة مما يأتي بيانياً:

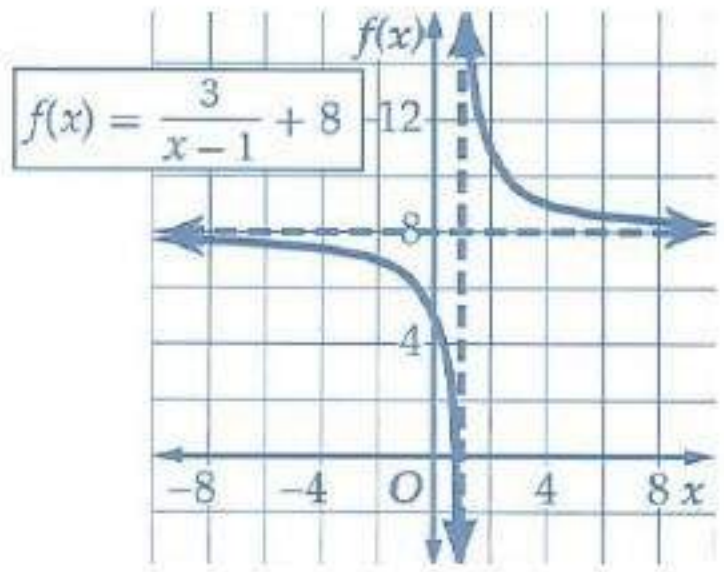
11)



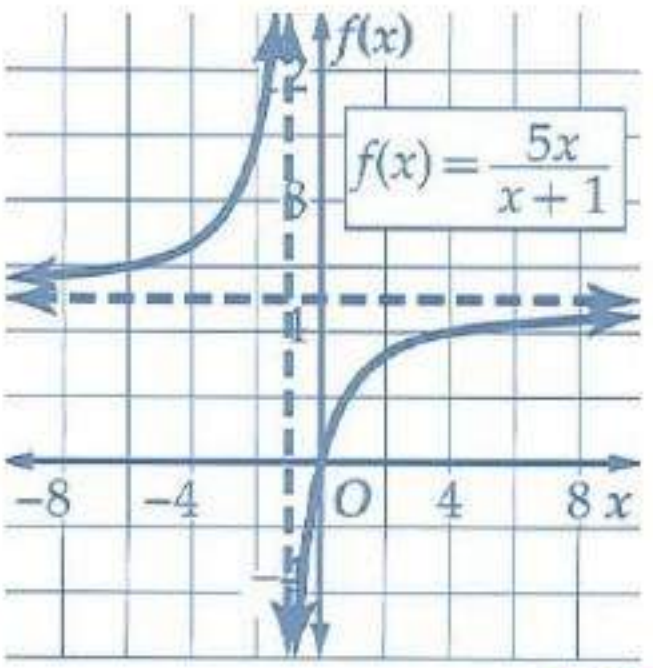
12)



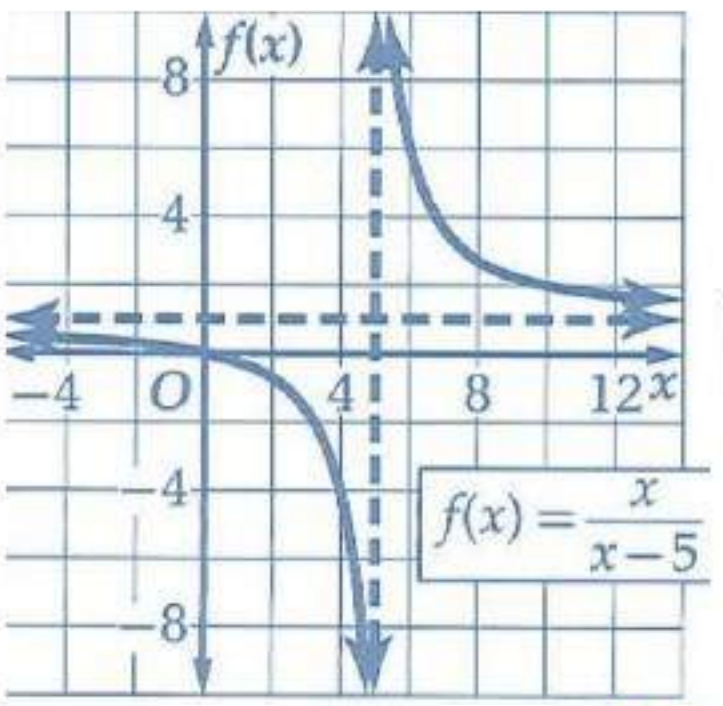
13)



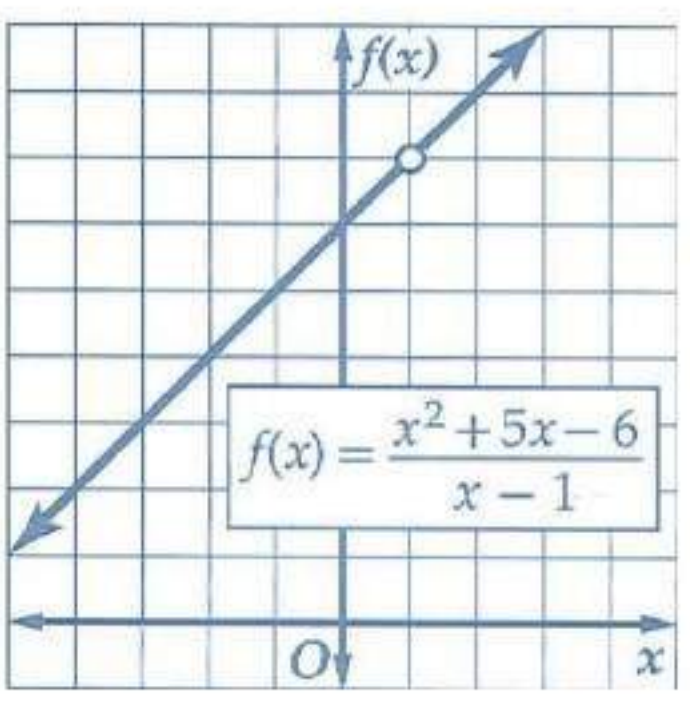
(14


f(x)
$f(x)=\frac{5x}{x+1}$
8
4
−8
−4
O
4
8 x

(15


f(x)
8
4
−4
O
4
8
12x
−4
−8
$f(x)=\frac{x}{x-5}$

(16


f(x)
$f(x)=\frac{x^2+5x-6}{x-1}$
O
x

أوجد معادلات خطوط التقارب الرأسية، ونقط الانفصال (إن و، البياني لكل دالة مما يأتي:

17)

خط تقارب رأسي $x=7$

نقطة انفصال $x=-5$

18)

نقطة انفصال عند $x=-3$

حُل كل معادلة أو متباينة مما يأتي:

19) $x=-5$

20) $m=-108$

21) $-1<x<0$

22) $R=2,3$

23) $m=\frac{5}{31}$

24) $r=\frac{-1}{4}$

25) $\frac{9}{10}$

26) $\frac{-15}{4}$.

27) -2

28) 4 h

29) وحدة مكعبة $\frac{1}{x+1}$

- اختبار تراكمي

اختيار من متعدد:

اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

1)

B) $y = 150x$

2)

A) إلى أعلى

3)

D) $y = 1$

4)

C) $\frac{x+3}{x-4}$

5)

A) 77

6) ما حل المعادلة:

C) 5

إجابة قصيرة:

أجب عن كل مما يأتي:

7) $3x^2-14x+8$

8) -64

9) -12

10) 9.6

إجابة طويلة:

أجب عن كل مما يأتي موضحاً خطوات الحل:

11) استعمل التمثيل البياني للدالة النسبية المجاورة للإجابة عن الاسئله الآتية:

a) يوجد خط تقارب رأسي عندما x=4 , x=-4 وخط تقارب أفقي عندما y=0

b) $y=\frac{1}{x2-16}$

12) أوجد $(f+g)(x), (f-g)(x), (f.g)(x), (\frac{f}{g})(x)$ للدالتين $f(x), g(x)$ في كل مما يأتي:

a)

f+g=x2+x-5 , f-g=x2-x+5

f.g=x3-5x2 , $\frac{f}{g}=\frac{x2}{x-5}$

b)

متروك للطالب

13) معدله = 0.71

المعدل في 18 ساعة = 4.5

التهيئة

-

اختبار سريع:

حُل كلاً من المعادلات الآتية:

1) $x=-12$

2) $x=\pm 4$

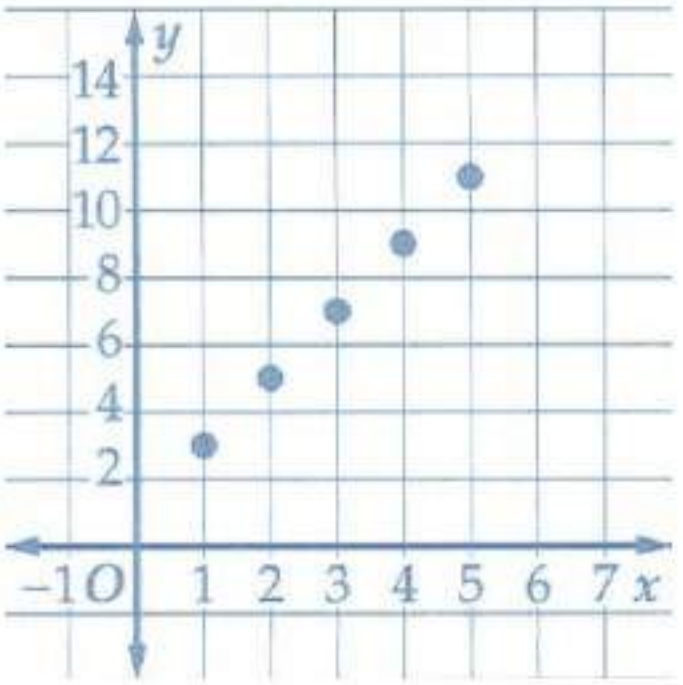
3) $x=3$

4) $X=-3$

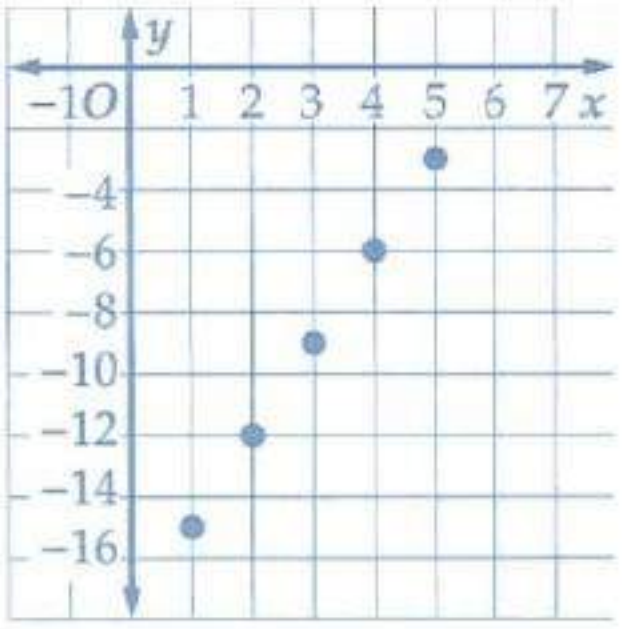
5) نباتات: 9 صفوف

مثل كلاً من الدوال الآتية بيانياً:

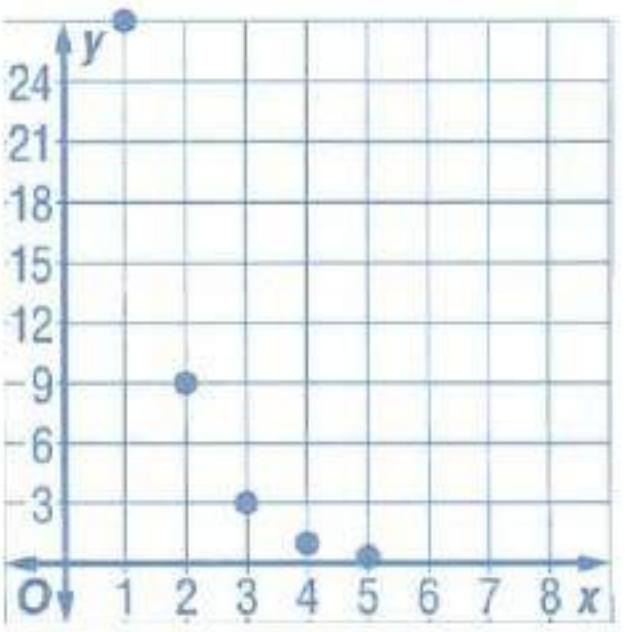
6)



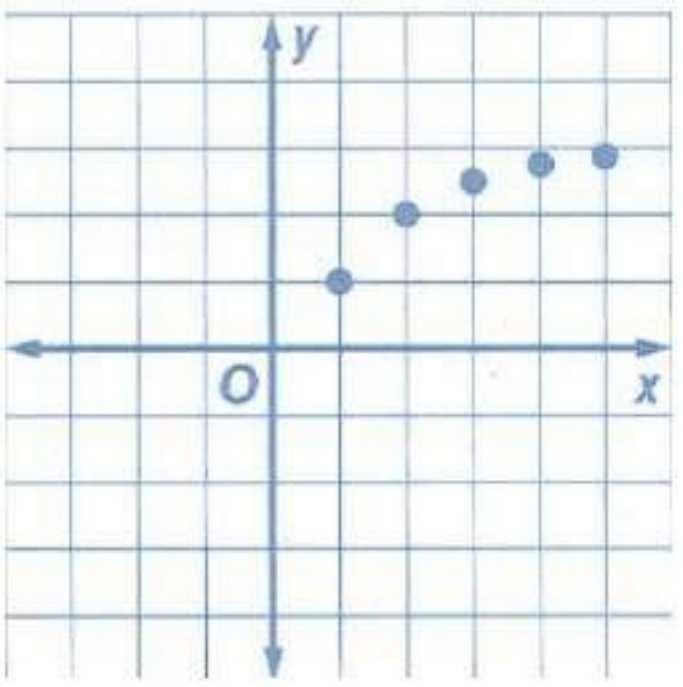
(7



(8



(9



10) حضانة: 16000 ريال

أوجد قيمة كل من المقادير الآتية عند قيم المتغيرات المعطاة .

11) -30

12) 12

13) $\frac{-2}{729}$

14) -15

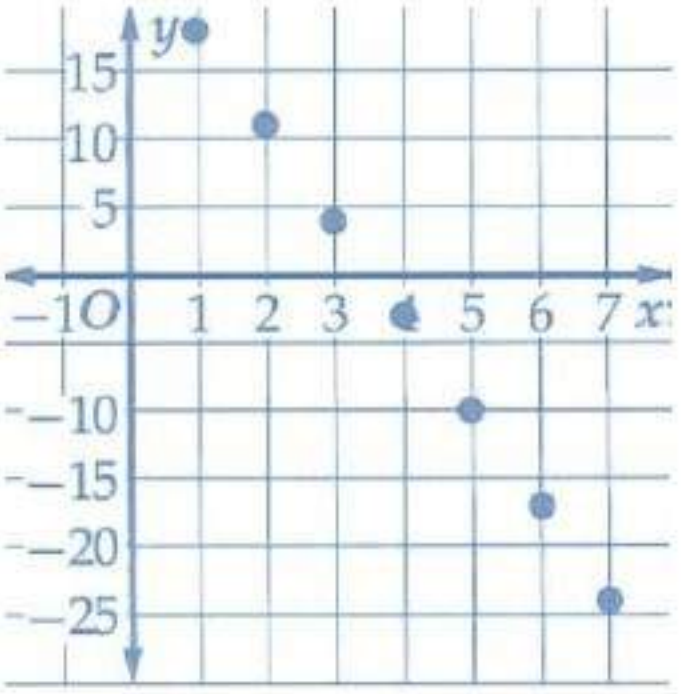
2-1 المتتابعات بوصفها دوالّ
Sequences as Functions

تحقق من فهمك:

1A) لا

1B) نعم

2)



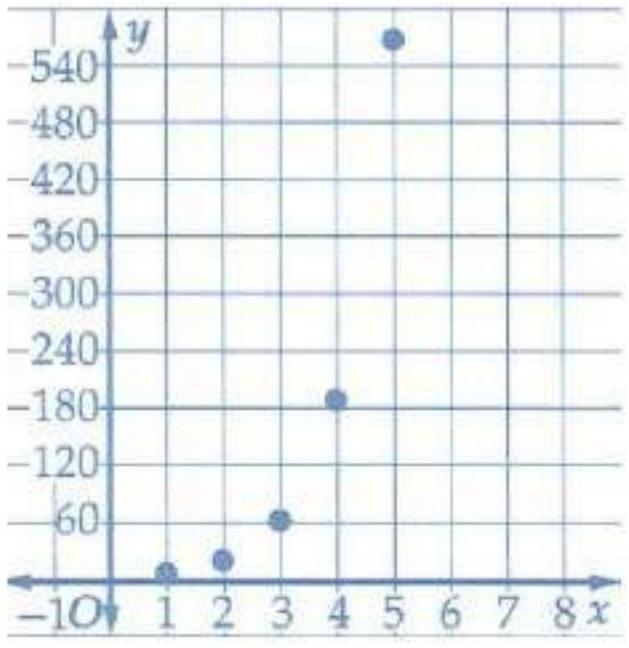
٣) نقود:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 10 = 5(x - 5)$$
$$y = 5x - 25 + 10$$
$$y = 5x - 15$$
$$y = (5 \times 12) - 15$$
$$y = 75$$

4A) نعم

4B) لا

189 , 567 (5



حدد نوع المتتابعة إذا كانت حسابية، أم هندسية أم غير ذلك . ووضح إجابتك:

6A) حسابية، أساس المتتابعة $\frac{1}{3}$

6B) هندسية،ن أساس المتتابعة $\frac{-3}{4}$

6C) غير ذلك، لا يوجد فرق ثابت ولا نسبة ثابتة

تأكد:

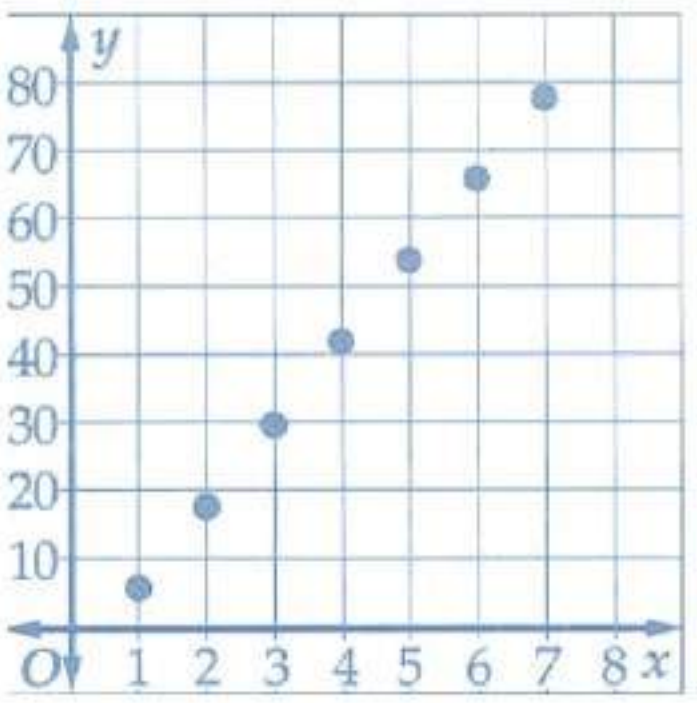
حدد إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي متتابعة حسابية أم لا: اكتب نعم أو لا:

1)نعم

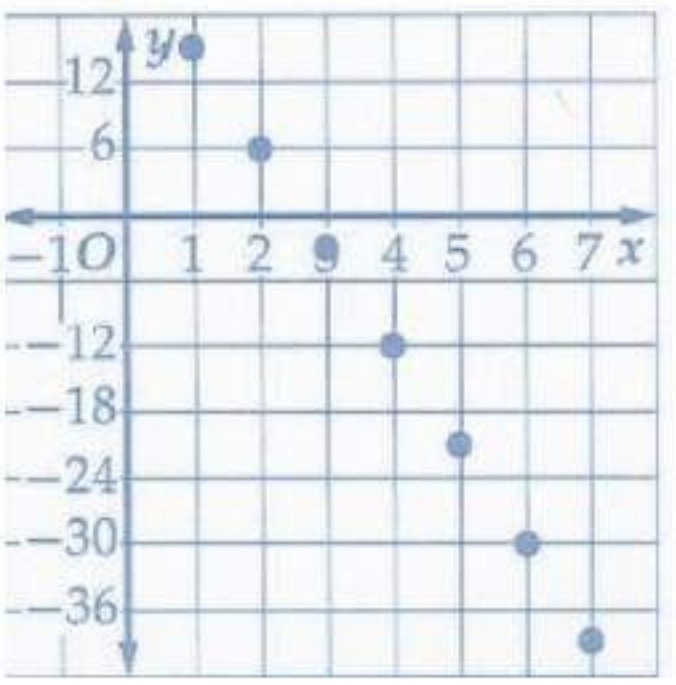
2)نعم

أوجد الحدود الأربعة التالية في كل من المتتابعات الحسابية الآتية، ثم مثل المتتابعة بيانياً:

3) 42 , 54 , 66 , 78



4) -12 , -21 , -30 , -39



5) توفير:

a) 3000 ريال

b) 25 شهر

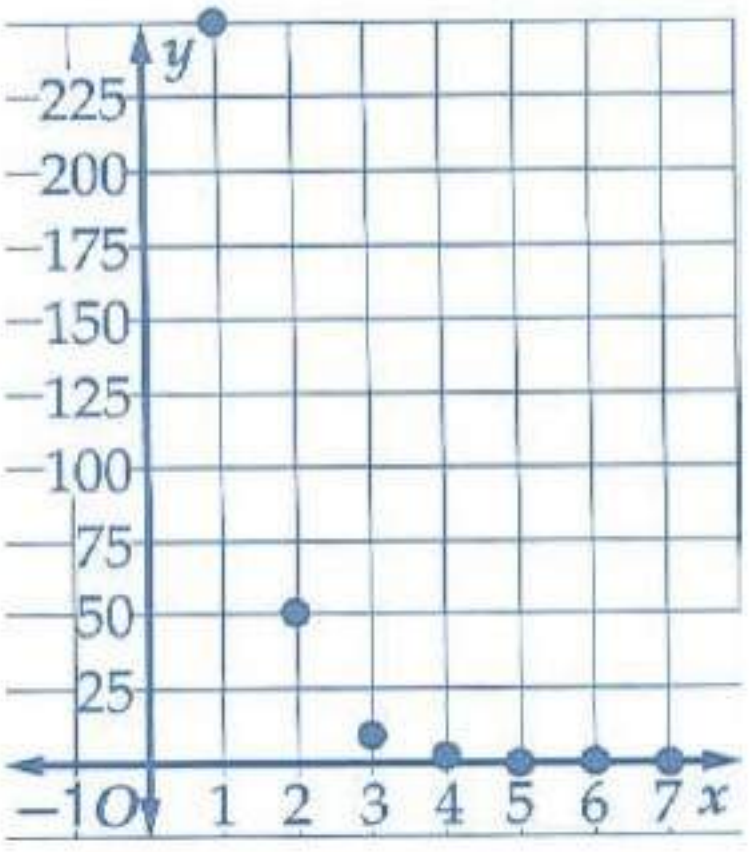
حدد إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي متتابعة هندسية أم لا . اكتب نعم أو لا:

6) نعم

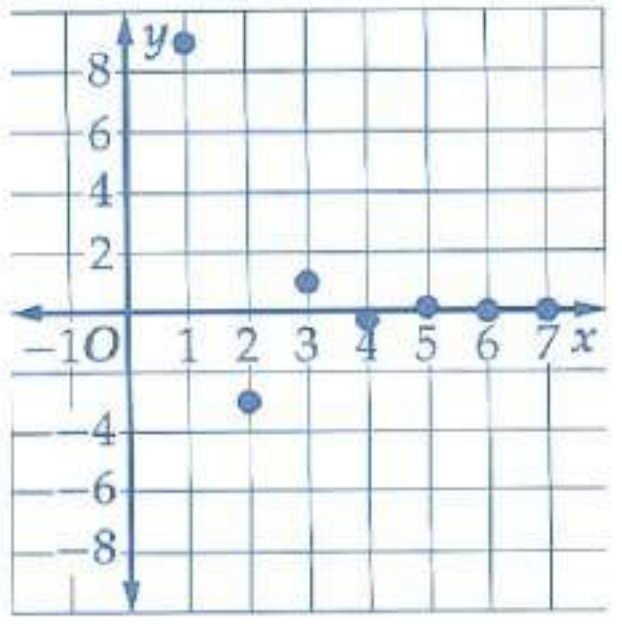
7) لا

أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل من المتتابعات الهندسية الآتية، ثم مثل المتتابعة بيانياً:

8) 250 , 50 , 10, 2 , ...



$\frac{1}{9}, \frac{-1}{27}, \frac{1}{81}$ (9



حدد نوع المتتابعة إذا كانت حسابية أم هندسية أم غير ذلك، و

10) غير ذلك، لا يوجد فرق ثابت ولا نسبة ثابتة

11) هندسية، الأساس $\frac{-1}{2}$

12) حسابية ، الأساس 4

تدرب وحل المسائل:

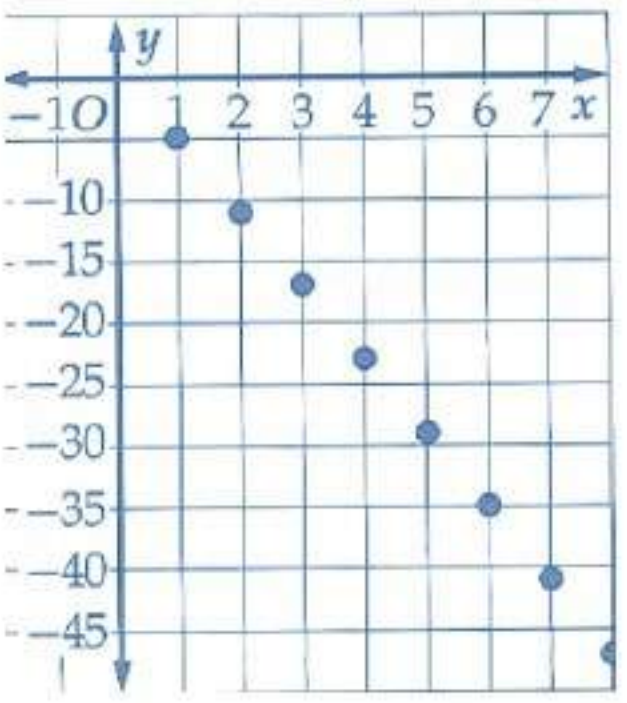
حدد إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي متتابعة حسابية أم لا، اكتب نعم أو لا:

13) لا

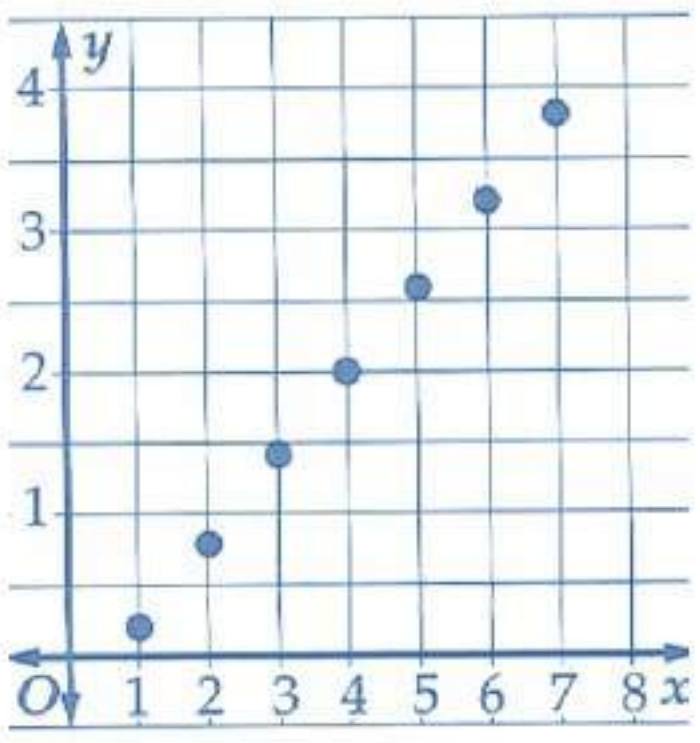
14)نعم

أوجد الحدود الأربعة التالية في كل من المتتابعات الحسابية الآتية، ثم مثل المتتابعة بيانياً:

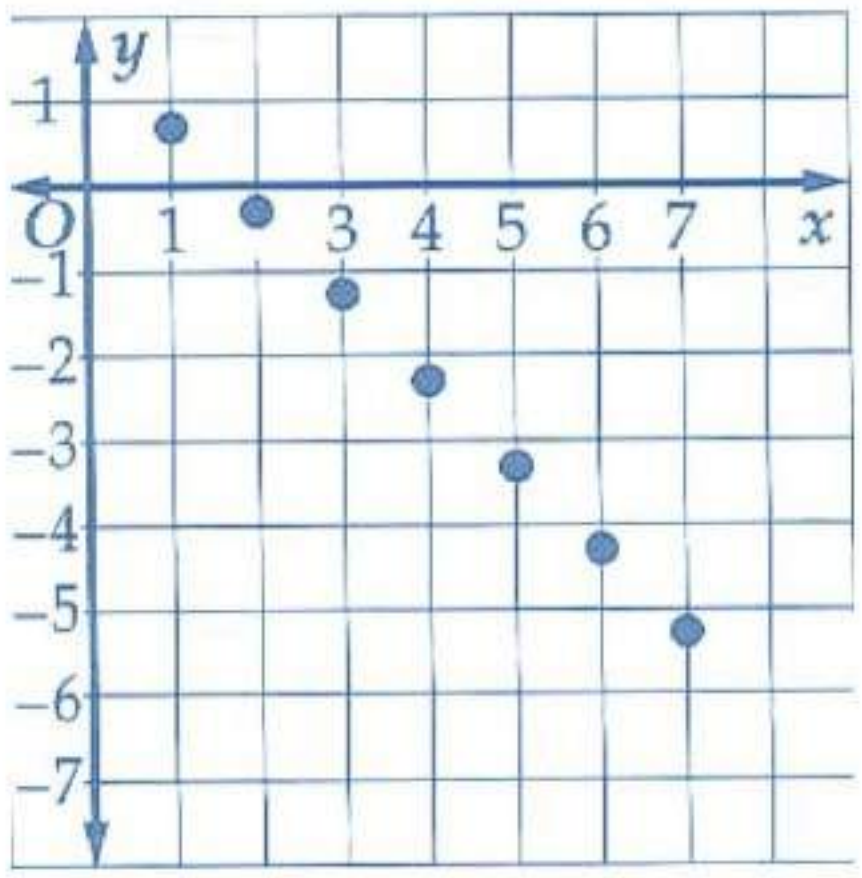
15) -29 , -35 , -41 , -47



16) $2 , \frac{13}{5} , \frac{16}{5} , \frac{19}{5}$



$\frac{-7}{3}, \frac{-10}{3}, \frac{-13}{3}, \frac{-16}{3}$ (17



18) تنظيم قاعات: 74 مقعدا

19) تمارين قوة:

a) 30 دقيقة و 30 ثانية

b) في اليوم الثامن والثلاثين

c) لا، غير منطقي لأنه ليس من المعقول أن تخصص كل ساعات اليوم للتدريب

حدد إذا كانت المتتابعة في كل مما يأتي متتابعة هندسية أم لا، اكتب نعم أو لا .

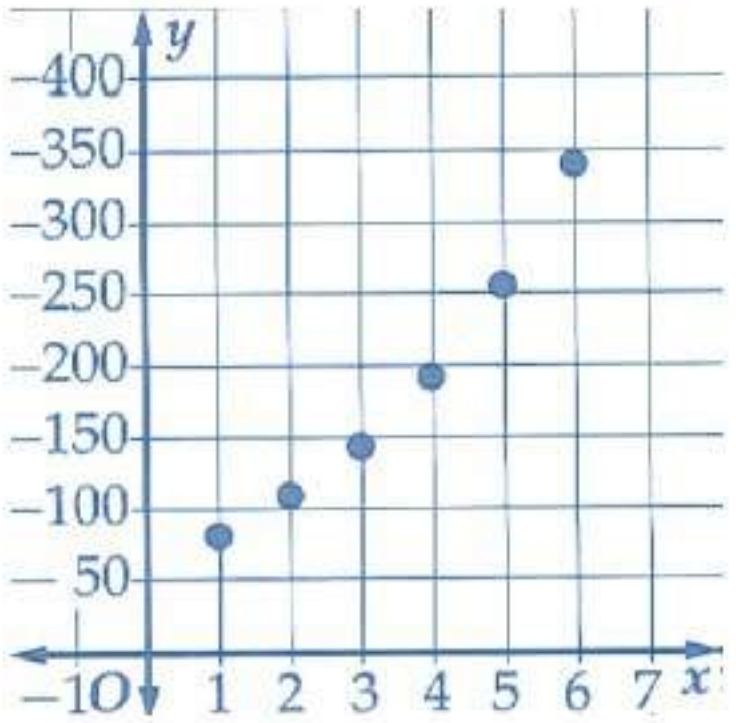
20) لا

21) نعم

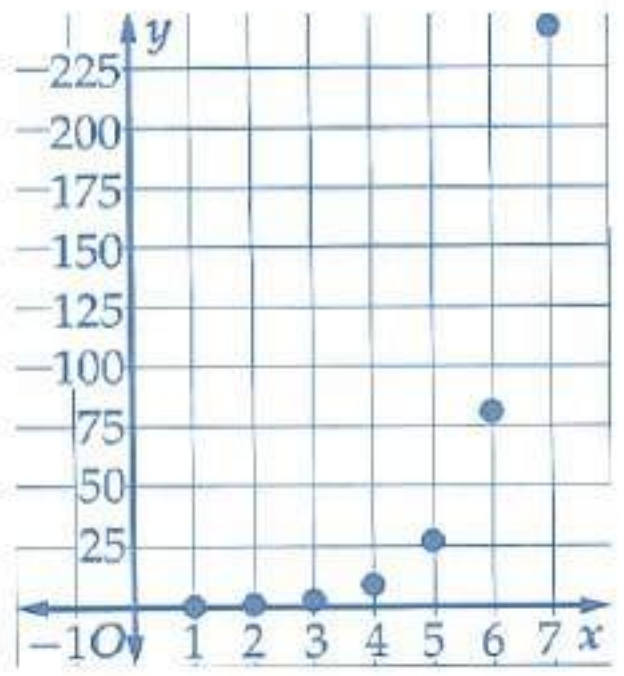
22) لا

أوجد الحدود الثلاثة التالية في كل من المتتابعات الهندسية الآتية، ثم مثل المتتابعة بيانياً:

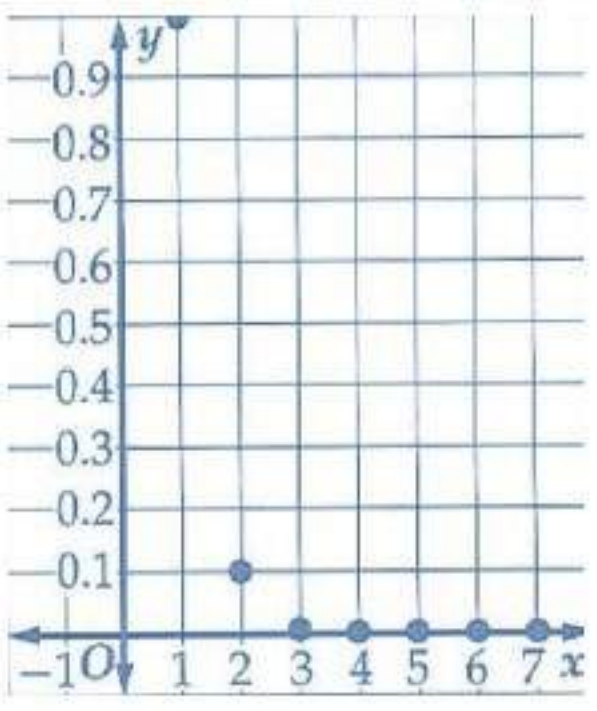
(23 $192 , 256 , \frac{1024}{3}$



(24 $27 , 81 , 243$



(25 $0.0001 , 0.00001 , 0.000001$



حدد نوع المتتابعة إذا كانت حسابية، أم هندسية أم غير ذلك .

26) غير ذلك، لا يوجد فرق ثابت ولا نسبة ثابتة

27) حسابية ، الأساس 3-

28) هندسية، الأساس 3

29) هندسية، الأساس $\frac{1}{5}$

30) حسابية ، الأساس $\frac{1}{2}$

31) غير ذلك، لا يوجد فرق ثابت ولا نسبة ثابتة

32) قراءة: 86 صفحة

33) نقص القيمة: 22185 ريال

34) طي الأوراق: 13744 km

مسائل مهارات التفكير العليا:

35) تبرير: لان الفرق بين كل حدين متتاليين فيها ليس عددا ثابتا

36) تحد: 7 , 2 , 3-

37) مسألة مفتوحة: حسابية:..... , 21 , 15 , 9 , 3

هندسية:..... , 81 , 27 , 9 , 3

لا حسابية ولا هندسية:..... , 45 , 21 , 9 , 3

38) تبرير: متروك للطالب

39) اكتب: عندما يصبح الأساس مثلي قيمته فان قيمة a_2 الجديدة تصبح $2a_2$ وقيمة a_3تصبح $4a_3$ وهكذا تكون الحدود الجديدة هي $b_n=a_n(\frac{1}{2})^{n-1}$

تدريب على اختبار:

40) إجابة قصيرة: 8580 ريالا

41) (D $\frac{81}{32}$

مراجعة تراكمية:

42) حل المعادلة: x=6

أوجد معادلة المستقيم في كل مما يأتي:

43) Y=0.5x+1

44) Y=-0.5x+3.5

2-2 المتتابعات والمتسلسلات الحسابية

تحقق من فهمك:

أوجد الحد المطلوب في كل من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين:

(1A 44

(1B -137

(2A $a_n=-9n+21$

(2B $a_n=8n-36$

(3

-9 , 0 , 9 , 18 , 27

أوجد مجموع كل متسلسلة مما يأتي:

(4A 2550

(4B 2880

أوجد الحدود الثلاثة الأولى في المتتابعات الحسابية الآتية:

(5A -6 , 0 , 6

(5B -24 , -16 , -8

(6 (B 1281

تأكد:

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين:

1) 104

2) 233

اكتب صيغة الحد النوني لكل من المتتابعتين الآتيتين:

3) $a_n=6n+7$

4) $a_n=-4n+8$

أوجد الأوساط الحسابية في كل من المتتابعتين الآتيتين:

5) 15 , 24 , 33

6) -1 , 2 , 5

أوجد مجموع كل متسلسلة فيما يأتي:

7) 1275

8) 5100

9) 4500

10) 1995

أوجد الحدود الثلاثة الأولى في كل من المتتابعتين الحسابيتين

11) 8 , 12 , 16

12) 10 , 16 , 22

13) اختيار من متعدد: C) 342

تدرب وحل المسائل:

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل من المتتابعات الحسابية الآتية:

14) 162

15) 248

16) -103

17) 14

اكتب صيغة الحد النوني في كل متتابعة حسابية فيما يأتي:

18) $a_n=11n+13$

19) $a_n=4.5n-21$

20) $a_n=-7n+16$

21) $a_n=9n-32$

22) $a_n=-2n+8$

23) $a_n=-5n-7$

أوجد الأوساط الحسابية في كل من المتتابعات الآتية:

24) 4 , 9 , 14 ,19

25) 38 , 27 , 16 , 5

26) 0 , -7 , -14 , -21

27) 48 , 57 , 66 , 75

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الحسابية الآتية:

28) 10100

29) 40000

30) 696

31) 408

32) 1272

33) 1558

34) $100, 150, 200, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 600$

$$n = 11, a_1 = 100, d = 150 - 100 = 50$$

$$s_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$$

$$s_n = \frac{11}{2}\left[2(100) + (11-1)50\right]$$

$$s_n = \frac{11}{2}\left[700\right] = 3850$$

أوجد الحدود الثلاثة الأولى في كل من المتتابعات الحسابية الآتية:

35) 48 , 60 , 72

36) 3 , 6 , 9

37) -15 , -6 , 3

38) -33 , -21 , -9

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الحسابية الآتية:

39) 512

40) 350

41) 324

42) -208

43) قرض حسن: 2250 ريالا

استعمل المعلومات المعطاة في كل من الأسئلة الآتية؛ لكتابة معادلة تمثل الحد النوني لكل متتابعة حسابية:

44) $a_n=13n-1055$

45) $a_n=-9n+177$

46) $a_n=7n-54$

47) تنظيم:

a) 14 , 18 , 22

b) $P_n=4n+2$

c) لا، لا يوجد عدد كلي n حيث أن $4n+2=100$

48) جاذبية: 1600 قدم

49) دخل سنوي: السنة التاسعة عشر

50) رياضة:

a) $a_n=2.5+0.5n$

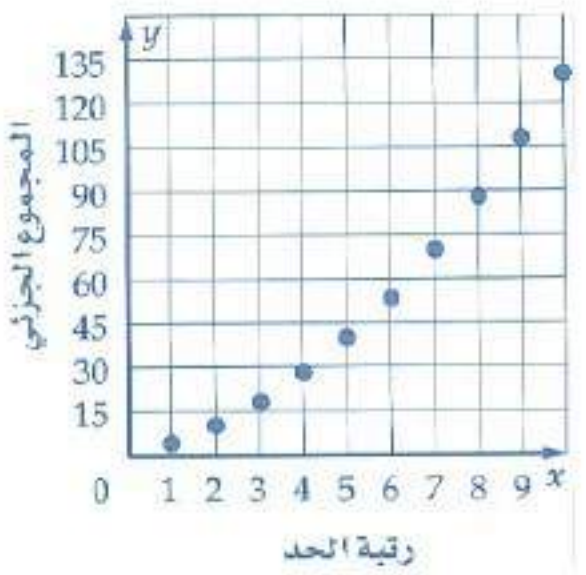
b) الأسبوع الخامس عشر

51) تمثيلات متعددة:

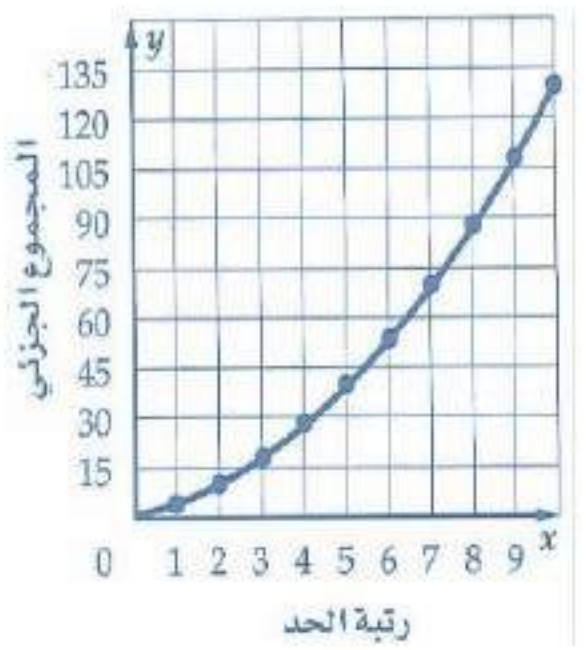
a) جدولياً:

n	S_n
1	4
2	10
3	18
4	28
5	40
6	54
7	70
8	88
9	108
10	130

b) بيانياً:



c)



d) لفظياً: مع أن لتمثيلهما البيانيين المدى نفسه إلا أن مجال المتسلسلة هي مجموعة الأعداد الطبيعية ومجال الدالة التربيعية هو مجموعة الأعداد الحقيقية

e) تحليلياً: يوجد مع كل مجموع جزئي للمتسلسلة الحسابية د
يكون لكل منهما المدى نفسه

f) جبرياً:

$$\sum_{K=1}^{X} 2k+7$$

أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

52) 18

53) 16

مسائل مهارات التفكير العليا:

54) تبرير: 4b-3a

55) تحد: 16

56) مسألة مفتوحة: 72+..... +27+18+9

57) اكتب: المتتابعة الحسابية هي مجموعة من الحدود الفرق بين أي حدين متتاليين فيها يساوي مقدارا ثابتا والمتسلسلة الحسابية هي مجموع حدود متتابعة حسابية

58) برهان: متروك للطالب

59) برهان: متروك للطالب

60) برهان: متروك للطالب

تدريب على اختبار:

61) (B 84

62) 3

63) (A $\sum_{k=1} k^{1/k}$

مراجعة تراكمية:

حدد إذا كانت كل من المتتابعات الآتية حسابية أم لا، أجب بنعم أو لا:

63) نعم

64) نعم

65) لا

66) فيزياء:

a) 4.8 cm/g

b) 24 cm

أوجد قيمة كل مما يأتي:

67) 1458

68) $\frac{1}{32}$

69) $\frac{1}{81}$

تحقق من فهمك:

(١

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_5 = 40\left(3^{5-1}\right)$$

$$a_5 = 3240$$

الحدود الخمسة الأولى: 40, 120, 360, 1080, 3240

(2A $a_n=-0.25(-8)^{n-1}$

(2B $a_n= (4)^{n-1}$

(3 2,8 , 32 , 128

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

(4

$$s_n = \frac{a_1\left(1-r^n\right)}{1-r}$$

$$s_8 = \frac{10\left(1-2^8\right)}{1-2} = 2550$$

إذن مجموع البكتيريا بعد 8 انقسامات هو 2550

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

(5A 66426.75

(5B 58253.333

(6 16

تأكد:

1) $s_n = \dfrac{a_1\left(1-r^{\,n}\right)}{1-r}$

$$s_{15} = \frac{1\left(1-2^{15}\right)}{1-2} = 32767$$

إذن مجموع الملفات بعد 15 دقيقة هو 32767

اكتب صيغة الحدّ النوني في كلٍّ من المتتابعات الهندسية الآتية:

2) $a_n = (2.2)^{n-1}$

3) $a_n = -4\,(-4)^{n-1}$

4) $a_n = \frac{4}{3}\,(3)^{n-1}$

أوجد الأوساط الهندسية المطلوبة في كل من المتتابعتين الآتيتين:

5) 1 ,4 ,16

6) 1 ,5 ,25

7) $s_n = \dfrac{a_1\left(1-r^{\,n}\right)}{1-r}$

$$s_6 = \frac{4\left(1-3^{6}\right)}{1-3} = 1456$$

إذن مجموع المتدربين حتى المرحلة السادسة هو 1456

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

8) 4095

9) 7.96875

أوجد a_1 في كل من المتسلسلتين الآتيتين:

10) $\frac{1}{16}$

11) 512

تدرب وحل المسائل:

12) طقس: 93 cm

أوجد a_n لكل من المتتابعتين الهندسيتين الآتيتين:

13) $\frac{73}{128}$

14) 512

اكتب معادلة الحد النوني في كل من المتتابعات الهندسية الآتية:

15) $a_n=-3\ (-2)^{n-1}$

16) $a_n=-\ (-1)^{n-1}$

17) $a_n=\frac{1}{3}\ (\frac{2}{3})^{n-1}$

18) $a_n=7\ (2)^{n-1}$

19) $a_n=-64\times\ (0.5)^{n-1}$

20) $a_n=\frac{1}{1552}\times\ (6)^{n-1}$

أوجد الأوساط الهندسية المطلوبة في كل من المتتابعات الهندسية الآتية:

21) 270 , 90 , 30

22) $\frac{7}{3}$, $\frac{14}{9}$, $\frac{28}{27}$

23) 4 , -8

24) بندول: 471 cm

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الهندسية الآتية:

25) 53.9918

26) 31.9375

27) 831.855

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الهندسية الآتية:

28) 2188

29) 255

30) 0

أوجد قيمة a_1 في كل من المتسلسلات الهندسية الآتية:

31) -8

32) 64

33) علوم: 193.75 ft

34) هندسة: 119.5 cm

35) معالجة المياه: المتبقي = 30%

$$900 \times (0.3)^4 = 7.29$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

36) برهان: متروك للطالب

37) برهان: متروك للطالب

38) تبرير: يجب تغير k-1 إلى k والعدد 10 إلى العدد 9 وعدنها تصبح حدود المتسلسلتين متطابقة ويصبح المتسلسلتان متطابقتان

39) برهان: متروك للطالب

40) تحد: x^2y^2

41) مسألة مفتوحة: 4+8+16+32+64+128

42) اكتب: تكون المتسلسلة حسابية إذا كان الفرق بين كل حدين متتاليين فيها مقدار ثابتا وهندسية إذا كانت النسبة بين كل حدين متتاليين نسبة ثابتة وإذا كان الفرق بيم كل حدين متتاليين ثابتا وكذلك إذا كانت النسبة ثابتة فان المتسلسلة تكون حسابية هندسية في الوقت نفسه وبغير ذلك لا يمكن اعتبار المتسلسلة هندسية أو حسابية

تدريب على اختبار:

43) D) 8

44) إجابة قصيرة: 32000 ريال

مراجعة تراكمية:

45) نقود: 4000 ريال

حدد إذا كانت كل من المتتابعات الآتية حسابية، أم هندسية أم إجابتك.

46) غير ذلك ، لا يوجد أساس

47) حسابية ، الأساس $=\frac{1}{50}$

48) غير ذلك، لا يوجد أساس

49) 45-

$\frac{-5}{7}$ (50

اختبار منتصف الفصل

حدد نوع المتتابعة إذا كانت حسابية، أم هندسية، أم غير ذلك في كل مما يأتي، ووضح إجابتك:

1) غير ذلك، لا يوجد أساس

2) متتابعة حسابية، لان هناك فرق ثابت =0.5

3) هندسة:

a) $a_n=2n+2$

b) نعم، عندما $2n+2=84$ فان $n=41$ لذا ففي الشكل الحادي والأربعين 41 سيوجد 84 مربعا غير مظلل

أوجد الحد التاسع في كل من المتسلسلتين الحسابيتين الآتيتين:

4) -30

5) 24

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الحسابيتين الآتيتين:

6) 342

7) 1584

8) -3620

9) اختيار من متعدد: B) 2500

أوجد الحد المطلوب في كل من المتتابعتين الهندسيتين الآتيتين

10) 512

11) 1048576

12) اختيار من متعدد: D) 4, 32, 256

13) دخل: 22412.65 ريال

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

14) 765

15) 4

المتسلسلات الهندسية اللانهائية
Infinite Geometric Series

تحقق من فهمك:

1A) متباعدة

1B) متقاربة

2A) $\frac{8}{3}$

2B) ليس لها مجموع

3) 48

4) $\frac{7}{33}$

تأكد:

حدد أي المتسلسلتين الآتيتين متقاربة، وأيهما متباعدة:

1) متقاربة

2) متباعدة

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين (إن وجد):

3) 880

4) غير موجود

أوجد قيمة كل مما يأتي إن وجدت:

5) غير موجود

6) -4

اكتب كلاً من الكسرين العشريين الدوريين الآتيين على صورة كسر اعتيادي:

7) $\frac{35}{99}$

8) $\frac{214}{333}$

تدرب وحل المسائل:

حدد أي المتسلسلتين الآتية متقاربة، وأيها متباعدة:

9) متباعدة

10) متباعدة

11)متقاربة

12)متباعدة

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الآتية (إن وجد):

13) غير موجود

14) غير موجود

15) $\frac{24}{5}$

16)غير موجود

17) أراجيح: 60 ft

أوجد قيمة كل مما يأتي:

18) غير موجودة

19) $\frac{35}{12}$

20) 16

اكتب كلاً من الكسور العشرية الدورية الآتية، على صورة كسر

21) $\frac{53}{165}$

22) $\frac{164}{33}$

23) $\frac{601}{4950}$

24) بطاريات قابلة للشحن: 8000 ساعة

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الآتية (إن وجد):

25) $\frac{45}{4}$

26) $\frac{-64}{63}$

27) غير موجود

28) تمثيلات متعددة:

a)حسياً: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\cdots..$

b) عددياً: 1

c) مساحة البطاقة الأصلية هي وحدة مربعة ولذلك فان مجموع مساحات جميع القطع لا يمكن أن يزيد على 1

29) فيزياء: 200 ft

30) بندول: 240 cm

31) ألعاب: 1170 ft

32) متحف العلوم: 6 ft

اربط بين كل شكل والوصف المناسب له .

33) b) متسلسلة حسابية متباعدة

34)d) متسلسلة حسابية متباعدة

35) a) متسلسلة حسابية متقاربة

مسائل مهارات التفكير العليا:

36) اكتشف الخطأ: احمد، لان أساس المتسلسلة هو r=-1 والقيمة المطلقة r=1 ولذا فان المتسلسلة متباعدة

37) برهان: متروك للطالب

38) تحد: $\frac{-1}{3} < b < \frac{1}{3}$

39) تبرير: يكون للمتسلسلة الهندسية اللانهائية مجموع إذا كانت القيمة المطلقة للأساس اقل من 1 وعندما يحدث هذا فان الحدود تقتربي من الصفر كلما زادت قيمة n

40) مسألة مفتوحة: متروك للطالب

41) اكتب: لان المتسلسلة الحسابية أساس حيث يزداد كل حد من حدودها إذا كان الأساس موجبا وينقص كل حد من حدودها إذا كان الأساس سالبا وفي كلتا الحالتين لا يصل المجموع إلى قيمة حقيقية محددة

تدريب على اختبار:

42) A (A 81

43) هندسة:

C) 1 حجم الكبيرة 27

مراجعة تراكمية:

44) مسابقات: $a_n=512(\frac{1}{2})^n$

45) حياكة: 72 , 63 , 54 , 45 , 36 , 27 , 18 , 9

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

46) $y^2+7y+12$

47) $27p^2-21p+2$

2-4 توسع: النهايات

تمارين:

أوجد نهاية كل من المتتابعات الآتية:

1) 0

2) 0

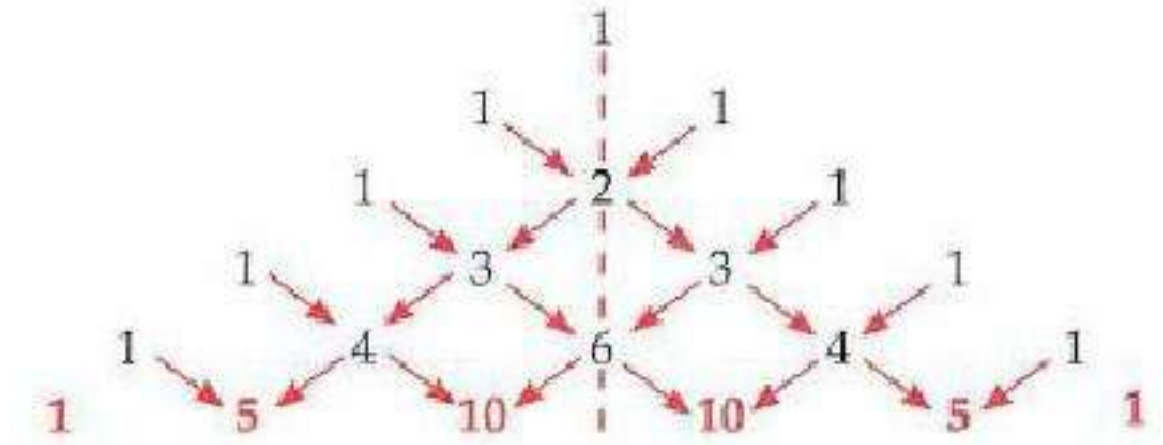
3) غير موجودة

4) 0

5) 1

6) غير موجودة

تحقق من فهمك:



1)

$$(a+b)^8 = a^8 + 8a^7b + 28a^6b^2 + 56a^5b^3 + 70a^4b^4 + 56a^3b^5 + 28a^2b^6 + 8ab^7 + b^8$$

حتمال = $\frac{28}{256}$ أو 11% تقريباً

.د الطرائق الممكنة للحادثة هو 28 وعدد الطرائق جميعها 256

2) متروك للطالب

3)

3) أوجد مفكوك $(3x-2y)^5$.

$$(3x-2y)^5 = (3x)^5 + {}_5C_1(3x)^4(-2y) + {}_5C_2(3x)^3(-2y)^2$$
$$+ {}_5C_3(3x)^2(-2y)^3 + {}_5C_4(3x)(-2y)^4$$
$$+ {}_5C_5(3x)(-2y)^5$$
$$= 243x^5 + \frac{5!}{4!}(81x^4)(-2y) + \frac{5!}{2!3!}(27x^3)(4y^2)$$
$$+ \frac{5!}{2!3!}(9x^2)(-8y^3) + \frac{5!}{4!}(3x)(16y^4) + (3x)(-32y^5)$$
$$= 243x^5 - 810yx^4 + 1080x^3y^2 - 720x^2y^3 + 240xy^4 - 96xy^5$$

252 c^5d^5 (4

تأكد:

أوجد مفكوك كل مما يأتي:

1) $g^7+7g^6h+21g^5h^2+35g^4h^3+35g^3h^4+21g^2h^5+7gh^6+h^7$

2) $x^5+15x^4+90x^3+270x^2+405x+243$

3) $y^4-16y^3z+96y^2z^2-2556yz^3+256z^4$

4) ولادة: $\frac{3}{32}=0.09375$

أوجد الحد المطلوب في مفكوك كل مما يأتي:

5) $-108864c^3d^5$

6) y^5

7) $243a^5$

تدرب وحل المسائل:

أوجد مفكوك كل مما يأتي:

8) متروك للطالب

9) $12a^4+128a^3b+384a^2b^2+512ab^3+256b^4$

10) $243a^5-1620a^4b+4320a^3b^2-5760a^2b^3+3840ab^4-1024b^5$

11) لجان: $0.117=\frac{15}{128}=\frac{120}{1024}$

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل مما يأتي:

12) $-540y^3x^3$

13) $75000xy^5$

14) $32256x^5$

15) $12096c^5$

أوجد مفكوك كل مما يأتي:

16) $x^4-\frac{4}{3}x^3+\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{27}x+\frac{1}{81}$

17) $32b^5+20b^4+5b^3+\frac{5}{8}b^2+\frac{5}{128}b+\frac{1}{1024}$

18) كرة سلة: $0.00293=\frac{12}{4096}$

19) كرة قدم: 0.121

مسائل مهارات التفكير العليا:

20) تحد: $792a^3b^2\sqrt{ab}$

21) تبرير: مع العمل أن لمفكوك كل من $(x+y)^n$, $(x-y)^n$ الحدود نفسها فـ إشارات حدود $(x+y)^n$ موجبة بينما إشارات $(x-y)^n$ تتبدل من موجب إلى سالب ومن سالب إلى موجب

22) مسألة مفتوحة: $(x+\frac{6}{5}y)^5$

23) اكتب: الصف الأول فيه فقط العدد1 والصف الثاني فيه العدد 1 مرتان وكل صف تال يبدأ وينتهي بالعدد1 وكل معامل هو مجموع المعاملين الواقعين أعلاه في الصف السابق

تدريب على اختبار:

24) احتمال: A) $\frac{5}{12}$

25) C) $y = \frac{x+3}{2}$

مراجعة تراكمية:

أوجد الحدود الخمسة الأولى في كل من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين:

26) 18 , 13 , 8 , 3 , 2-

27) 4- , 13- , 19- , 25- , 31- , 37-

28) 4-

29) الطرفي الأيمن 2 والطرف الأيسر =2

اذن فالجملة صحيحة عندما n=1

2-5 توسع: التوافيق ومثلث باسكال

حلل النتائج:

1) يوجد n من العناصر ولذلك نستعمل الصف n لإيجاد عدد الخيارات الممكنة فالعدد الأول يمثل اختيار صفر من العناصر والعدد الثاني يمثل اختيار عنصر واحد وهكذا

1, 6 , 15 , 20 , 15 , 6 , 1 (2

6-2 البرهان بالاستقراء الرياضي

تحقق من فهمك:

1) متروك للطالب

2) متروك للطالب

3) $n=3$

تأكد:

برهن صحة كل من الجملتين الآتيتين للأعداد الطبيعية جميعها:

1) متروك للطالب

2) متروك للطالب

3) نظرية الأعداد:

a) 3, 6 , 10 , 15 , 21

b) $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$

c) متروك للطالب

برهن صحة كل من الجملتين الآتيتين للأعداد الطبيعية جميعها:

4) متروك للطالب

5) متروك للطالب

أعط مثالاً مضاداً يبين خطأ كل من الجملتين الآتيتين:

6) n=2

7) n=1

تدرب وحل المسائل:

برهن صحة كل من الجمل الآتية للأعداد الطبيعية جميعها:

8) متروك للطالب

9) متروك للطالب

10) متروك للطالب

11)متروك للطالب

12) هندسة: متروك للطالب

برهن صحة كل من الجملتين الآتيتين للأعداد الطبيعية جميعها:

13) متروك للطالب

14) متروك للطالب

أعط مثالاً مضاداً يبين خطأ كل من الجملتين الآتيتين:

15) $n=3$

16) $n=1$

17) أشكال:

a) 14

b) 1 , 5 , 14 , 30 , 55

c) 204

d) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

18) متتابعة فيبوناشي: متروك للطالب

برهن صحة كل جملة مما يأتي لجميع الأعداد الطبيعية، أو أعد خطأها:

19) متروك للطالب

20) متروك للطالب

21) $n=6$

22) $n=3$

23) متروك للطالب

مسائل مهارات التفكير العليا:

24) تحد: متروك للطالب

تبرير: حدد إذا كانت كل من الجملتين الآتيتين صحيحة أم خطأ . وضح إجابتك:

25) خطأ حتى إن لم نستطع إيجاد مثال مضاد مباشرة فهذا لا يعني عدم وجوده إذ يمكن إثبات خطأ جملة بسهولة ولكن إثبات صحتها يكون أصعب لان إثبات الصواب يتطلب استعمال الاستقراء الرياضي أو الهندسة أو طرق أخرى

26) خطأ لتكن $k=2$ إذا كانت الجملة صحيحة عندما $n=2$ وكذلك عندما $n=3$ فهذا لا يعني بالضرورة أن تكون صحيحة عندما $n=1$

27) تحد: متروك للطالب

28) مسألة مفتوحة: متروك للطالب

29) اكتب: صعود السلم، حيث أن كل خطوة تقود إلى الخطوة التالية

تدريب على اختبار:

30) B) $n = 4$

3) مبدأ العد: C) 288

مراجعة تراكمية:

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل مما يأتي:

32) $160x^3y^3$

33) $15a^2b^4$

34) $-84x^6y^3$

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

35) 100500

36) $\frac{3}{20}$

دليل الدراسة والمراجعة

حدد إذا كانت كل من العبارات الآتية صحيحة أم لا . وإذا كانت غير صحيحة، فعدل المصطلح الذي تحته خط لتصبح صحيحة:

١) صحيحة

٢) صحيحة

٣) صحيحة

٤) خطأ، المتتابعة

٥) صحيحة

٦) خطأ، المتتابعة الحسابية

٧) خطأ، متسلسلة متباعدة

٨) خطأ، وسطان حسابيان

٩) صحيحة

مراجعة الدروس:

أوجد قيمة الحد المطلوب في كل متتابعات الحسابية الآتية:

١٠) 48

١١) 123

حدد نوع المتتابعة ثم أوجد الحدود الأربعة التالية في كل من المتتابعتين الآتيتين ومثل الحدود السبعة الأولى بيانياً:

١٢) $10, 7, 4, \ldots\ldots$

الفرق ثابت وهو 3

إذن المتتابعة حسابية

أساس المتابعة $= -3 = 7 - 4$

إذن الحدود الأربعة التالية هي: $-8, -5, -2, 1$

$4 + (-3) = 1$

$1 + (-3) = -2$

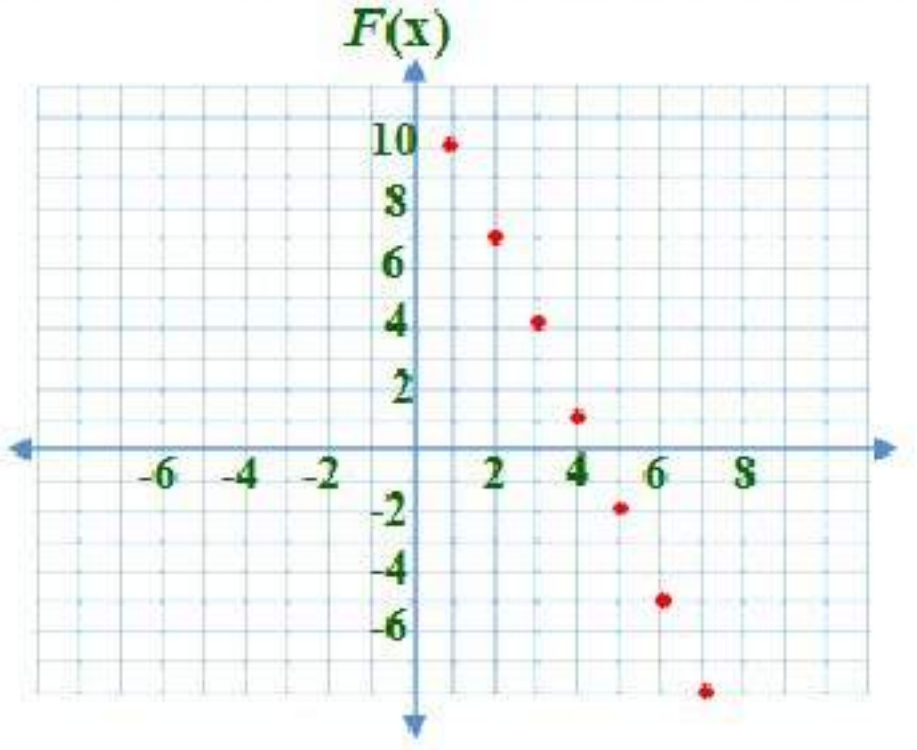
$-2 + (-3) = -5$

$-5 + (-3) = -8$

مجال المتتابعة: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \ldots\ldots\}$

مدى المتتابعة هو المجموعة: $\{10, 7, 4, 1, -2, -5, -8\}$

ولذلك تمثل هذه الحدود السبعة الأولى بيانيا.



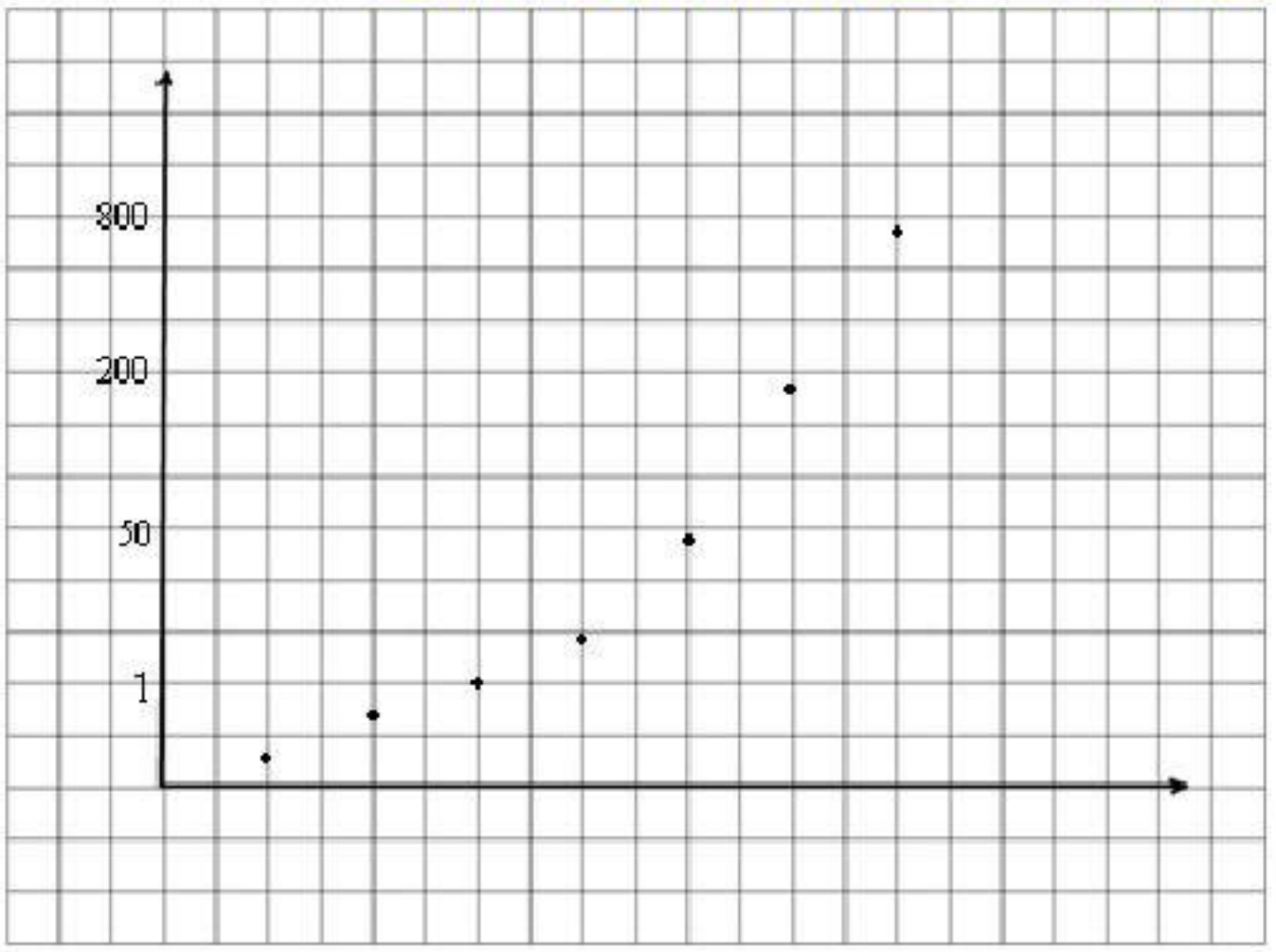
١٣)

800,200,50,.....

بالقسمة على 4

إذن المتتابعة هندسية

12.5, 3.125, 0.78125, 0.1953125



أوجد الأوساط الحسابية في كل من المتتابعات الآتية:

١٤) -7 , -2 , 3

١٥) $\frac{59}{3}$, $\frac{73}{3}$

١٦) 8 , 4 , 0 , -4

١٧) 60 , 48 , 36

١٨) توفير: 1920 ريالا

أوجد S_n لكل من المتسلسلات الحسابية الآتية:

١٩) 192

٢٠) 1040

٢١) 581

٢٢) -245

٢٣) مسرح

$2, 4, 6, \ldots\ldots$

$n = 11, a_1 = 100, d = 150 - 100 = 50$

$n = 20, d = 4 - 2 = 2$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

$a_{20} = 2 + (20-1)2$

$a_{20} = 2 + (20-1)2$

$a_{20} = 40$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الحسابية الآتية:

٢٤) 629

٢٥) 319

٢٦) -99

أوجد الحد المطلوب في كل من المتتابعات الهندسية الآتية:

٢٧) 320

٢٨) 99

٢٩) 8

أوجد الأوساط الهندسية المطلوبة في كل من المتتابعات الآتية:

٣٠) 18 , 54

٣١) ± 24 , 72 , ± 216

٣٢) 12 , -36

٣٣) توفير:

$$a_1 = 2048000,\ r = 0.5$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_{12} = 2048000(0.5)^{12-1}$$

$$a_{12} = 1000$$

جد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين:

٣٤) 129

٣٥) $\frac{-6305}{2187}$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات غير المنتهية فيما يأتي إن وجد:

٣٦) 32

٣٧) غير موجود

٣٨) 6

٣٩) رياضة: 300 ft

أوجد مفكوك كل مما يأتي:

٤٠) $a^3+a^2b+3ab^2+b^3$

٤١) $y^7-21y^6+189y^5-945y^4+2835y^3-5103y^2+5103y-2187$

٤٢) $-32z^5+240z^4-720z^3+1080z^2-810z+243$

٤٣) $256a^4-786a^3b+864a^2b^2-432ab^3+81b^4$

٤٤) $\left(x-\frac{1}{4}\right)^5$

$$x^5-\frac{5}{4}x^4+\frac{5}{8}x^3-\frac{5}{32}x^2+\frac{5}{256}x-\frac{1}{1024}$$

جد الحد المطلوب في كل مما يأتي:

٤٥) $112a^6b^2$

٤٦) $193536x^2y^3$

٤٧) $-13107200x^9$

برهن صحة كل جملة مما يأتي للأعداد الطبيعية جميعها:

٤٨) الخطوة الأولى: عند $n=1$ الطرف الايسر من المعادلة $=2$

الطرف الأيمن من المعادلة ايضاً $=2$، اذن المعادلة صحيحة عند $n=1$

الخطوة الثانية: افرض أن

$$2+6+12+\ldots+k(k+1)=\frac{k(k+1)(k+2)}{3}$$

حيث k عدد صحيح موجب

الخطوة الثالثة:

$$\cdot 3+\ldots+k(k+1)+(k+1)(k+2)=\frac{k(k+1)(k+2)}{3}+(k+1)(k+2)$$

$$= \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + \frac{3(k+1)(k+2)}{3}$$

$$= \frac{(k+1)\left[k(k+2)+3(k+2)\right]}{3}$$

$$= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$$

$$\frac{(k+1)\left[(k+1)+1\right]\left[(k+1)+2\right]}{3}$$

الطرف الأيمن هو المطلوب اثباته عند $n = k+1$ لذا المعادلة صحيحة عند $n = k+1$

اذن

$$2+6+12+\ldots+n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

لكل الاعداد الصحيحة الموجبة n

٤) الخطوة الأولى: عند $n = 1$

$5^1 - 1 = 5 - 1 = 4$ اذن العبارة تقبل القسمة على 4 العبارة صحيحة عند $n = 1$

الخطوة الثانية: نفرض أن $5^k - 1$ تقبل القسمة على 4 حيث k عدد صحيح موجب

أي $5^k - 1 = 4r$ ، r عدد طبيعي.

الخطوة الثالثة:

$$5^k - 1 = 4r$$

$$5^k = 4r + 1$$

$$5^{k+1} = 20r + 5$$

$$5^{k+1} - 1 = 20r + 5 - 1$$

$$5^{k+1} - 1 = 20r + 4$$

$$5^{k+1} - 1 = 4(5r + 1)$$

حيث r عدد طبيعي و $5r+1$ عدد طبيعي، اذن $5^{k+1} - 1$ يقبل القسمة على 4 .

العبارة صحيحة عند $n = k+1$ على هذا $5^n - 1$ تقبل القسمة على 4 لكل عدد صحيح موجب n

(٥٠ n=2

(٥١ n=2

(٥٢ n=2

(٥٣ n=1

- اختبار الفصل

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين (إن وجد) .

1) لا يوجد مجموع

2) 8

3) 27 , 36 , 45 , 54

4) 129

5) اختيار من متعدد: D) 33.4

6) 7 , 3 , 1- , 5-

7) 231

8) اختيار من متعدد:

C) $\underline{5}$

128

(9 24 , 96 , 384

(10 $\frac{1055}{27}$

أوجد مجموع كل من المتسلسلتين الآتيتين (إن وجد):

11) 220

12) 136

13) $\frac{65}{99}$

أوجد الحدود الخمسة الأولى في كل من المتتابعتين الحسابيتين الآتيتين:

14) -1 , 2 , 11 , 38 , 119

15) 4 , 5 , 7 , 10 , 14

16) $16a^4-96a^3b+21a^2b^2-21ab^3+81b^4$

17) 1215

18) $84c^6d^3$

برهن صحة كل من الجملتين الآتيتين، للأعداد الطبيعية جميعها .

19) متروك للطالب

20) متروك للطالب

21) n=1

22) مدرسة: 21.9%

23) بندول: 66.7 in

- اختبار تراكمي

اختيار من متعدد:

اختر الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

1) 37 (B

2) 945 (C

3) $a_n = 5\,(2)^{n-1}$ (B

4) 99.9% (D

5) ∞

B) $\sum_{k=1}^{5} \underline{1} \cdot (\underline{3})^{k-1}$ (2

6) 15 (C

إجابة قصيرة: أجب عن كل مما يأتي:

7) 4×1

8) $c^6+6c^5d+15c^4d^2+20c^3d^3+15c^2d^4+6cd^5+d^6$

بسط كلاً من العبارتين الآتيتين:

9) $\frac{15a3b2}{2c}$

10) $\frac{3x}{2}$

11) $f(g(6))=86$

إجابة طويلة:

أجب عن كل مما يأتي موضحاً خطوات الحل:

12) متروك للطالب

13)

a) تتناسب عكسي كلما قلت السرعة زاد الزمن لقطع المسافة نفسها

b) 15 km/h

3
الإحتمالات

التهيئة

اختبار سريع:

بسط كلاً مما يأتي:

١) $\frac{7}{8}$

٢) $1\frac{1}{9}$

٣) $1\frac{11}{40}$

٤) $\frac{1}{9}$

٥) $\frac{3}{8}$

٦) $\frac{1}{15}$

٧) كرة قدم: 108

إذا ألقي مكعب مرقم من 1 إلى 6 مرة واحدة، فأوجد كلاً مما يأتي:

٨) $\frac{5}{6}$= 83% تقريبا

٩) $\frac{1}{2}$=50%

١٠) $\frac{1}{6}$=17% تقريبا

١١) $\frac{1}{3}=33\%$

١٢) احتمالات:

(عدد أولي) p = عدد نواتج الحادثة ÷ عدد جميع النواتج الممكنة

احتمال ظهور (عدد أولي) p هو = $\frac{3}{4}$

يبين الجدول الآتي نواتج تجربة استقرار مؤشر دوار لقرص مقسم إلى قطاعات مرقمة بالأعداد 1-4 .

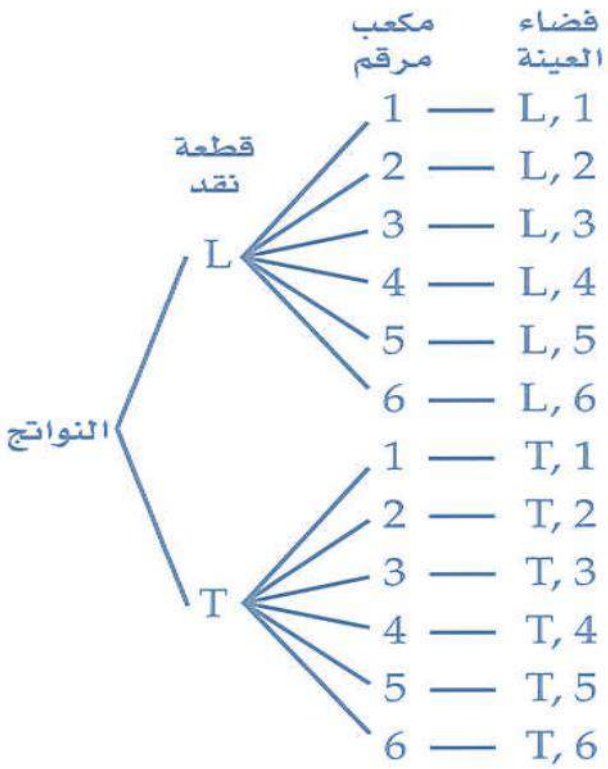
١٣) $\frac{1}{5}=20\%$

١٤) $\frac{9}{20}=45\%$

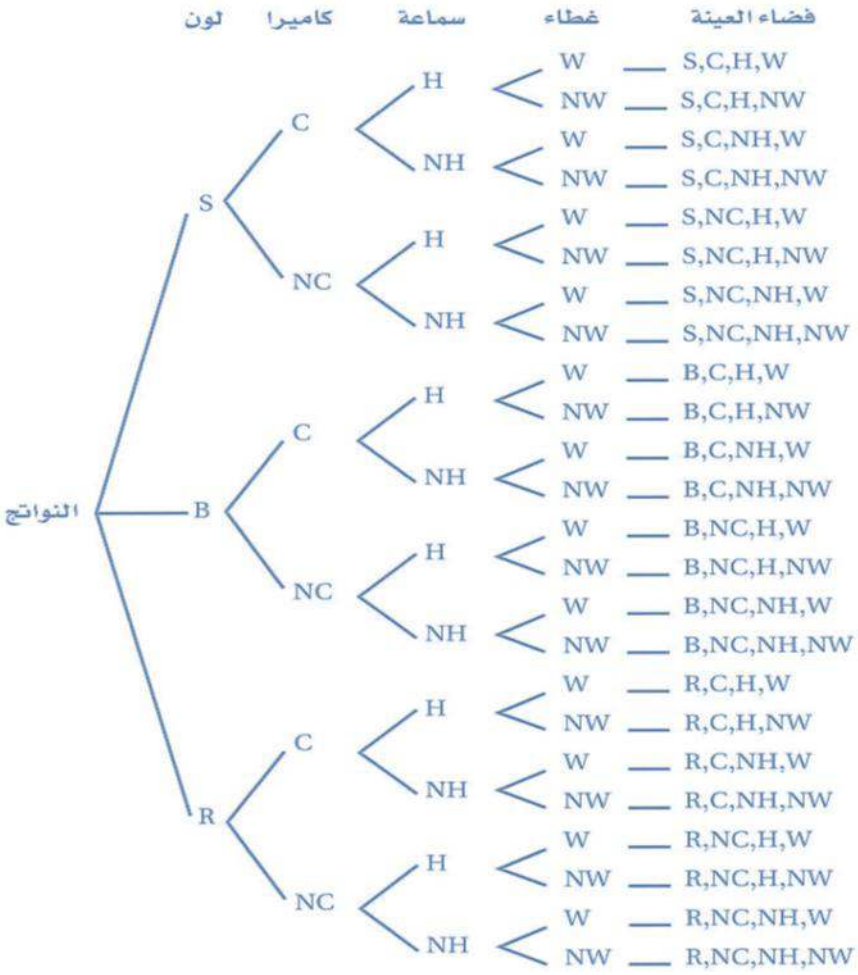
١٥) $\frac{11}{20}=55\%$

تحقق من فهمك:

١)



٢) هواتف:



3) أوجد عدد النواتج الممكنة في الحالات الآتية:

A) 65536

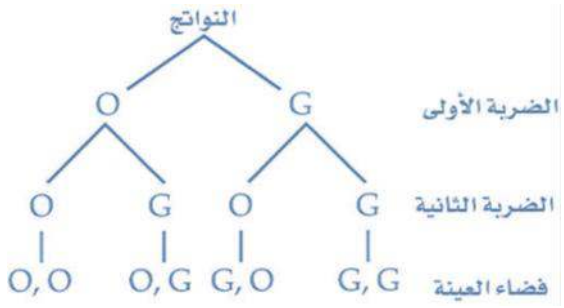
B) 1296

C) أحذية: 168

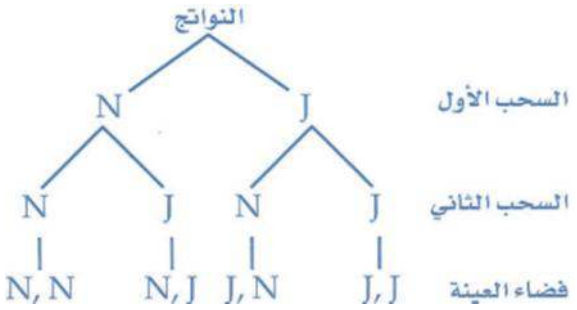
تأكد:

مثل فضاء العينة لكل تجربة مما يأتي باستعمال القائمة المنظمة والجدول والرسم الشجري:

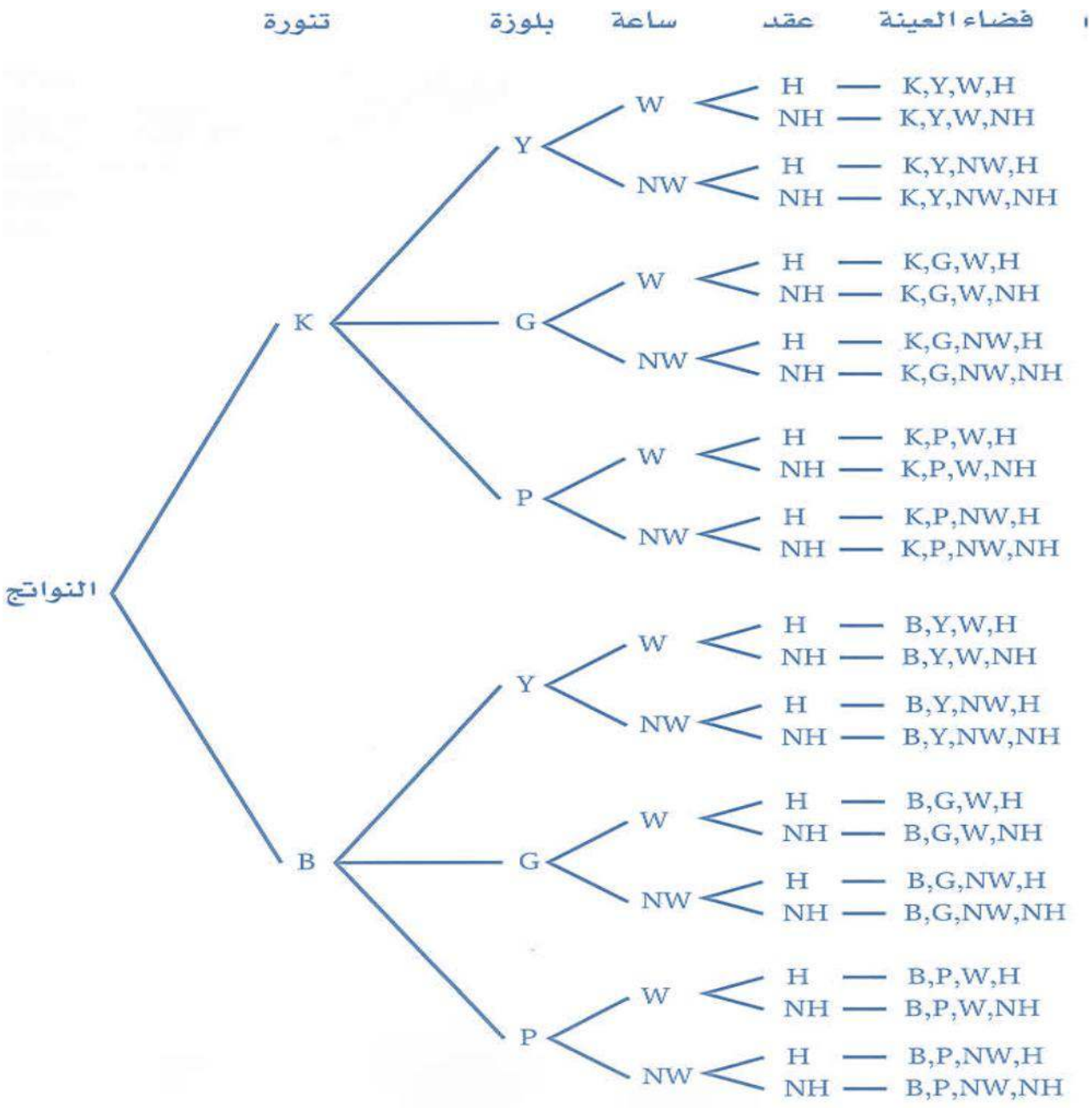
١)



٢)



3) ملابس:

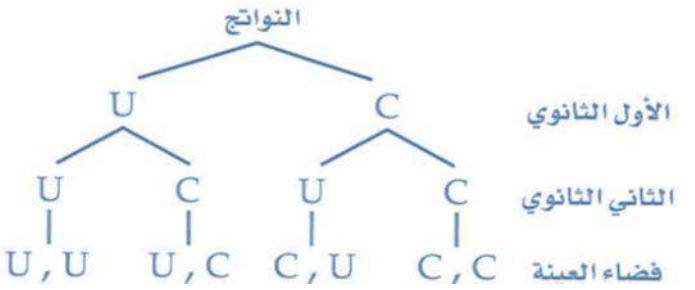


4) 20736

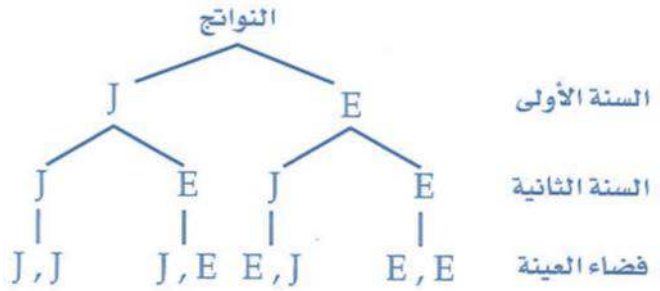
تدرب وحل المسائل:

مثل فضاء العينة لكل تجربة مما يأتي باستعمال القائمة المنظمة، والجدول، والرسم الشجري:

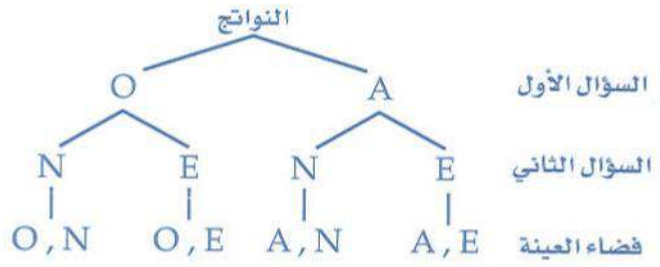
5)



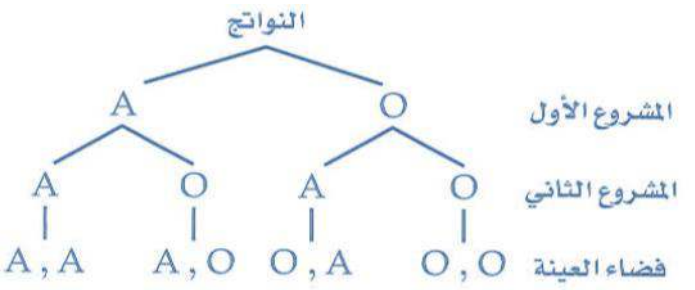
6)



7)

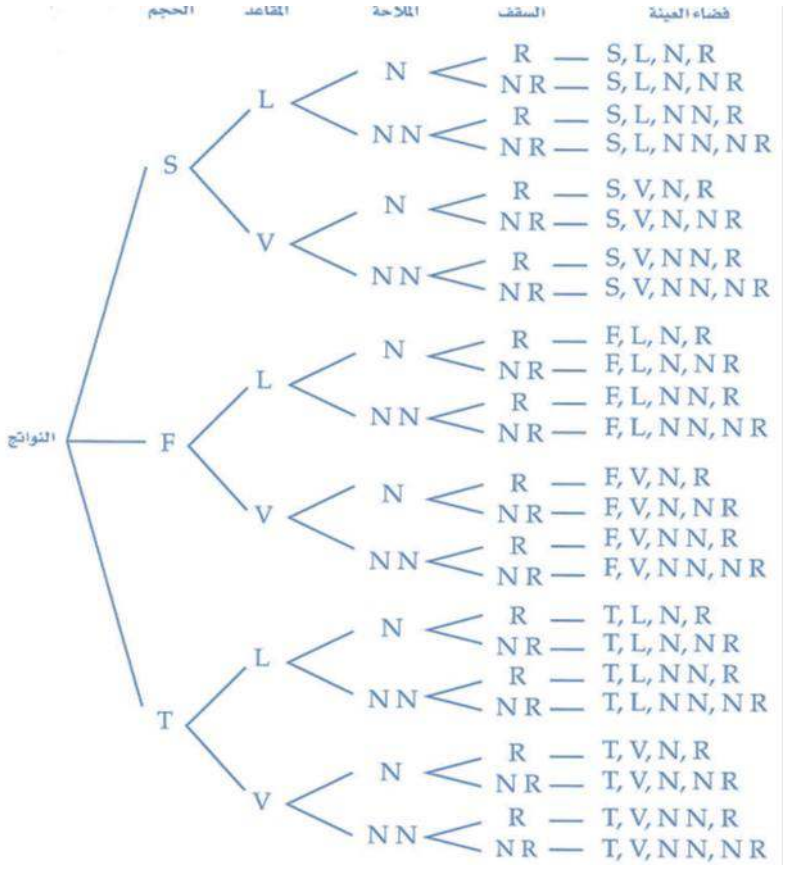


8) رسم:

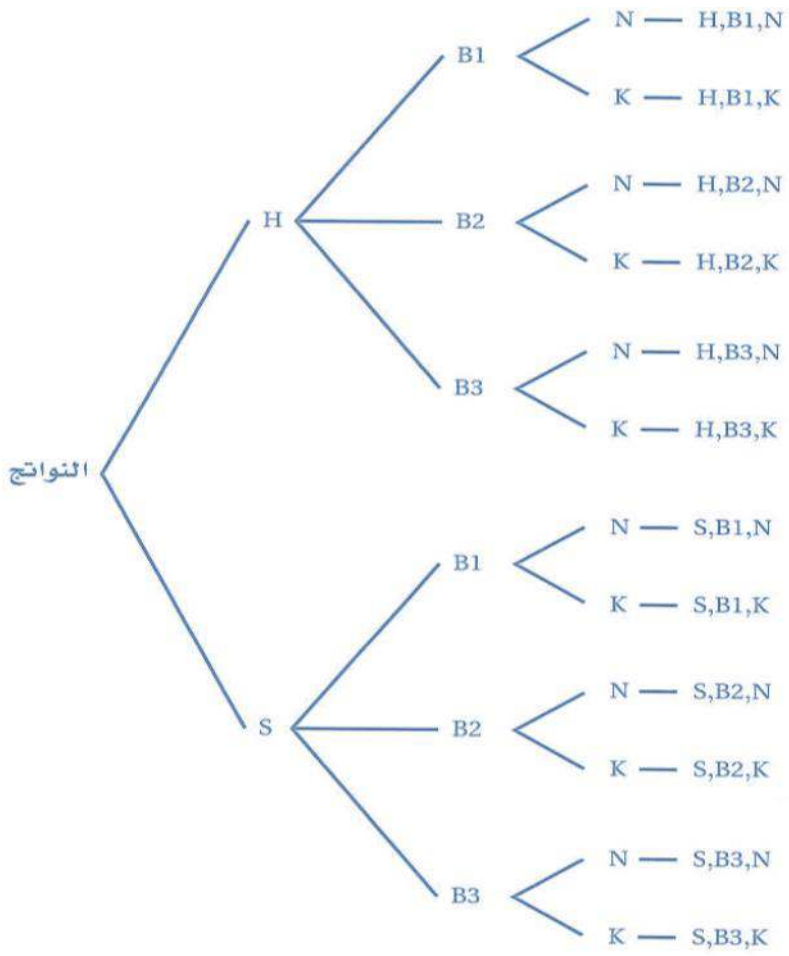


مثل فضاء العينة مستعملاً الرسم الشجري في كل مما يأتي:

9) سيارات:

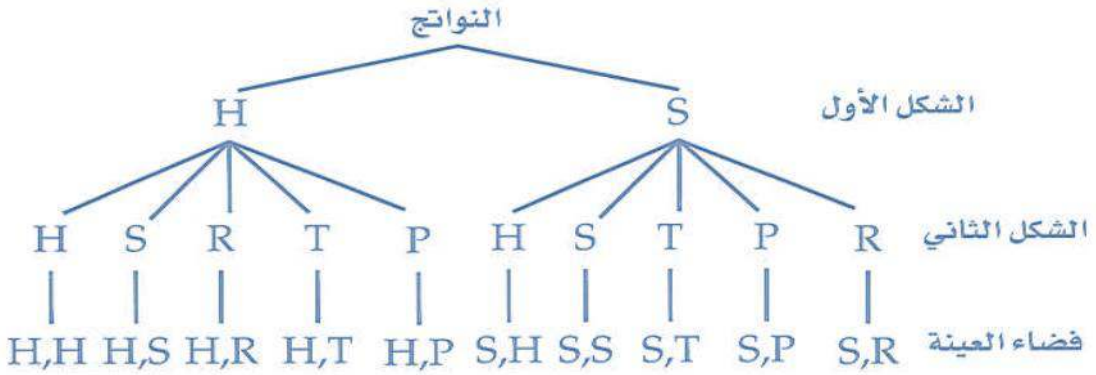


10) حقائب:



11) 120

12) فن:



13) إفطار: 18

14) **دراجات:**

a) **10000**

b) **5040، يوجد 10 خيارات للرقم الأول في المجموعة وبما انه لا يمكن لعصام أن يستعمل الرقم إلا مرة واحدة فان هناك 9 خيارات للرقم الثاني و8 للرقم الثالث و7 للرقم الرابع ويكون عدد الطرق الممكنة مساويا لـ**

$$10\times9\times8\times7=5040$$

15) **تمثيلات متعددة:**

a) **هندسياً: متروك للطالب**

b) **منطقياً: متروك للطالب**

c) **تحليلياً: 20**

d) **لفظياً: لا، بما أن المرحلة الثانية تعتمد على ما يحدث في المرحلة الأولي من التجربة فلا يمكن ضرب عدد نواتج كل مرحلة بل يجب أن تجد عدد النواتج الممكنة لكل مرحلة ثم تجمعها**

مسائل مهارات التفكير العليا:

16) تحد: n^3-3n^2+2n

يوجدn من العناصر في الصندوق عند سحب العنصر الأول لذا يوجد n-1 من النواتج الممكنة بعد سحب العنصر الأول ويوجد (n-2) من النواتج بعد سحب العنصر الثاني إذن عدد النواتج الممكنة يساوي حاصل ضرب أعداد النواتج الممكنة لكل تجربة

17) مسألة مفتوحة: في تجربة اختيار واحد من صندوقين احدهما ازرق والآخر احمر ثم سحب كرة من الصندوق الذي اخترته عشوائيا دون النظر فيه والصندوق الأزرق فيه كرة حمراء وكرة بيضاء وكرة خضراء والصندوق الأحمر فيه كرة صفراء وكرة برتقالية وتمثل النواتج على النحو التالي:

18) تبرير: $p=n^k$ ، المجموع الكلي لعدد النواتج الممكنة يساوي حاصل ضرب عدد النواتج لكل مرحلة من 1 إلى k وبما انه يوجدk من المراحل فانك توجد من المرات وهذا يساوي n^k

19) اكتب: يكون الرسم الشجري ضروريا إذا أردت عرض فضاء العينة لتجربة أو إذا أردت أن تعرف عدد مرات ظهور ناتج معين أما تعرف عدد النواتج الممكنة باستعمال مبدأ العد الأساسي فانه يكون مفيدا فقط عندما تريد أن تعرف عدد النواتج الممكنة

20) اكتب: متروك للطالب

تدريب على اختبار:

21) B) 6

22) C) 60

مراجعة تراكمية:

أوجد الحد التالي في كل من المتتابعتين الآتيتين:

23) 768

24) 6

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين:

25) x=8

26) x= -4

أوجد الناتج في كل مما يأتي:

27) $\frac{9}{2}$

28) 12

29) 96

تحقق من فهمك:

١) تصوير: $\frac{1}{12}$

٢) .

a) 362880

b) $\frac{1}{362880}$

٣) $\frac{6!}{2!.2!} = 180$

احتمال ان يكون اول واخر رقم هو 5 $= \frac{1}{180}$

٤) كرة قدم:

a) بما أنه لا توجد نقطة مرجعية ثابتة فإن هذا تبديل دائري.
لذا يوجد $(5-1)$ **أو** $4!$ **من التباديل المختلفة للبطاقات**

احتمال ظهورها كما في الشكل هو $\frac{1}{4!} = \frac{1}{24}$

٥) هندسة: $\frac{1}{14}$

تأكد:

1) هندسة: $\frac{1}{20} = 0.05$

2) معرض علمي: $\frac{1}{2730}$

3) أعداد: $\frac{1}{420}$

4) كيمياء:

a) $\frac{1}{120}$

b) $\frac{1}{6}$

5) مسابقات: $\frac{1}{1365}$

تدرب وحل المسائل:

6) محاضرات: $\frac{1}{132}$

7) حفلات: $\frac{1}{2450}$

8) مجموعات: $1\% = \frac{1}{90}$ تقريبا

9) أحرف ممغنطة: $\frac{1}{1260}$

10) رموز بريدية: $\frac{1}{3360}$

11) مجموعات: $\frac{1}{7}$

12) مدينة ألعاب: $\frac{1}{8}$

13) ألعاب:

a) $\frac{1}{56}$

b) $\frac{1}{40320}$

c) $\frac{2}{7}$

d) $\frac{1}{140}$

14) 45، عدد المستقيمات هو توافيق 10 نقاط مأخوذة 2 في كل مرة وهي

$$\frac{10!}{8!2!} = 45$$

15)

a) 720

b) 5040

مسائل مهارات التفكير العليا:

16) تحد: $_nP_r=\frac{n!}{(n-r)!}$ ، $_nC_r=\frac{n!}{(n-r)!r!}$

$r!.\ _nC_r=\ _nP_r$

لذا يوجد r! من التباديل لكل توفيق

17) مسألة مفتوحة: يحتوي صندوق سبع كرات متماثلة ألوانها حمراء وبرتقالية وصفراء وخضراء وزرقاء وسوداء وبيضاء إذا سحبت ثلاث كرات معا عشوائيا فاحتمال ظهور الكرات الحمراء والبيضاء والسوداء يمكن حسابه باستعمال التوافيق

18) برهان: متروك للطالب

19) اكتب: تستعمل كل من التباديل والتوافيق لإيجاد عدد الترتيب الممكنة لموجوعة من لعناصر ترتيب العناصر مهم في التباديل ولكنه غير مهم في التوافيق

تدريب على اختبار:

20) احتمال: C) $\frac{1}{6}$

21) إجابة قصيرة: $\frac{1}{1260}$

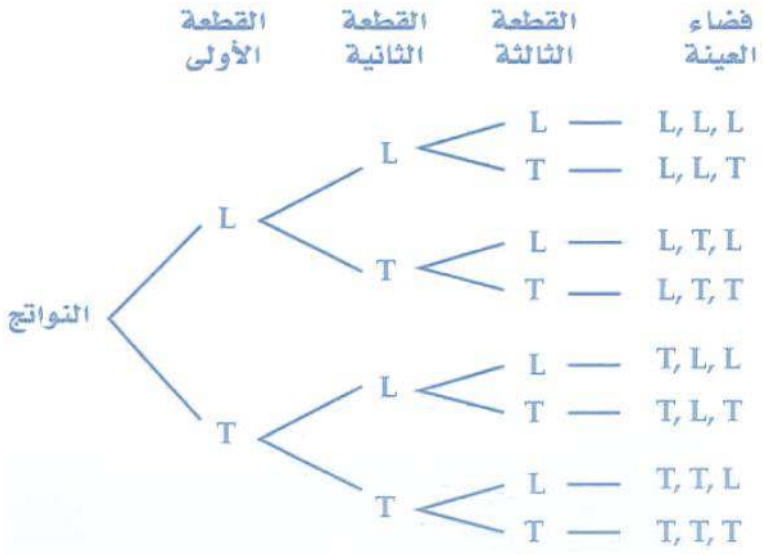
22) احتمال: C) $\frac{1}{6}$

مراجعة تراكمية:

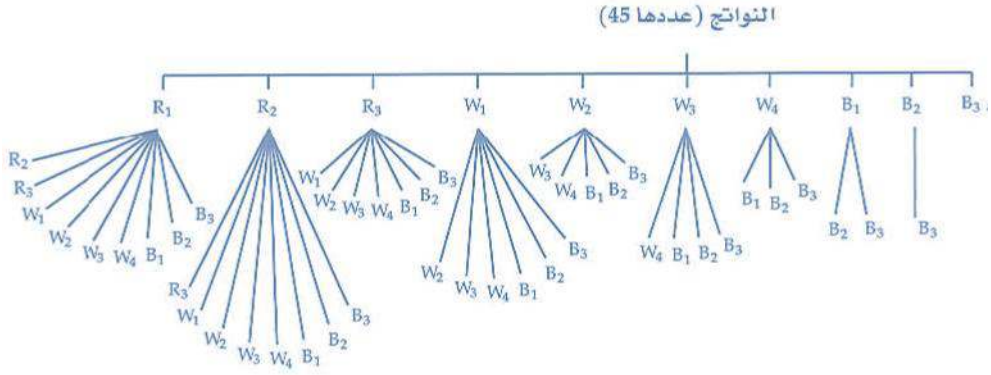
23) تسوق: 16

مثل فضاء العينة في كل تجربة مما يأتي بالرسم الشجري:

(24



(25



أوجد قياس كل مما يأتي مستعملاً خط الأعداد:

3= DF (26 **10= AE (27**

1= EF (28 **6= BD (29**

5= AC (30 **6= CF (31**

تحقق من فهمك:

إذا اختيرت النقطة X عشوائياً على JM، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

1A) $\frac{2}{7}=0.29=29\%$

1B) $\frac{11}{14}=0.79=79\%$

2) شاي:

A) $\frac{1}{4}=25\%$

B) $\frac{1}{8}=12.5\%$

3) الهبوط بالمظلات:

A) $\frac{5}{9}=56\%$

B) $\frac{1}{3}=33\%$

4A) $\frac{3}{4}=75\%$

4B) $\frac{7}{36}=19\%$

تأكد:

إذا اختيرت النقطة X عشوائياً على AD فأوجد كلاً مما يأتي:

1) $\frac{1}{2}$=0.5=50 %

2) $\frac{3}{10}$=0.3=30 %

3) بطاقات: $\frac{1}{11}$=0.09=90 % تقريبا

4) لعبة السهام: $\frac{1}{100}$=0.01=1 %

5) ملاحة: $\frac{1}{8}$=0.125=12.5 %

تدرب وحل المسائل:

إذا اختيرت X على FK عشوائياً، فأوجد كلاً مما يأتي:

6) $\frac{4}{9}$=0.44=44 %

7) $\frac{13}{18}$=0.72=72 %

8) $\frac{5}{9}$=0.56=56 %

9) طيور: $\frac{1}{3}$=0.33=33 %

10) تلفاز: $\frac{1}{6}$=0.17=17 %

اختيرت نقطة عشوائياً في كل من الأشكال الآتية، أوجد احتمال وقوعها في المنطقة المظللة .

11) $\frac{3}{8}$=0.375=37.5 %

12) $\frac{1}{2}$=0.5=50 %

13) 0.363 =36.3 %

استعمل القرص ذا المؤشر الدوار لإيجاد كل مما يأتي

(إذا استقر المؤشر على الخط الفاصل بين القطاعات الملونة يُعاد تدويره):

14) 12.2%

15) 23.3%

16) 69.4%

17) 62.2%

صف حدثاً يكون احتماله $\frac{1}{3}$ لكل من النماذج الآتية .

18) اختيار نقطة واقعة بين 10 و20

19)استقرار المؤشر على اللون الأخضر

20) هندسة إحداثية:

a) $\frac{\pi}{25}$=0.13=13 %

b) $\frac{9}{100}$=0.09=9 %

c) $\frac{3}{10}$=0.3=30 %

21) جبر: احتمال أن تكون النقطة التي تم اختيارها عشوائيا واقعة في المنطقة المظللة يساوي نسبة مساحة القطاع الدائري إلى مساحة الدائرة كاملة $P=\frac{x}{360}$

22) هندسة إحداثية: $\frac{1}{2}$=0.5 =50%

23) زراعة:

a) 67.5

b) 23.24%

مسائل مهارات التفكير العليا:

24) اكتشف الخطأ: عمر ، يجب أن تجمع قياسات الزوايا المركزية الثلاث ثم تطرح المجموع من 360^{o} لتجد قياس الزاوية المركزية المظللة =50 لذا فان الاحتمال =% 13.9=$\frac{50}{360}$

25) تحد: 14.3% تقريبا

26) تبرير: $\frac{1}{7}$ باستعمال نظرية متباينة المثلث نجد أن هناك 7 مثلثات متطابقة الضلعين أطوال أضلاعها أعداد صحيحة ومحيطها 32 سم ومن بين هذه المثلثات يوجد مثلث واحد فقط لذا فان الاحتمال =$\frac{1}{7}$

27) مسألة مفتوحة: احتمال اختيار نقطة عشوائيا على AC تقع بين A,B يساوي 20%

28) اكتب: يحسب احتمال أن تقع نقطة عشوائيا في المنطقة المظللة في الشكل الأول بإيجاد نسبة مساحة المنطقة المظللة إلى مساحة سطح المربع الكبير ويتم حسابه بطرح مساحة سطح المربع غير المظلل من مساحة سطح المربع الأكبر ثم إيجاد نسبة الفرق بين المساحتين إلى مساحة سطح المربع الأكبر ويكون الاحتمال 43.75% احتمال اختيار نقطة عشوائيا تقع في المنطقة المظللة في الشكل الثاني يساوي نسبة مساحة سطح المربع المظلل إلى مساحة سطح المربع الأكبر والتي تساوي 43.75% لذا فان احتمال أن تقع نقطة عشوائيا في المنطقة المظللة في كلا المربعين هو نفسه

تدريب على اختبار:

29) احتمال:B) $\frac{\pi}{9}$

30) احتمال: C) $\frac{1}{3}$

31) إجابة قصيرة:

a) $\frac{1}{8}$

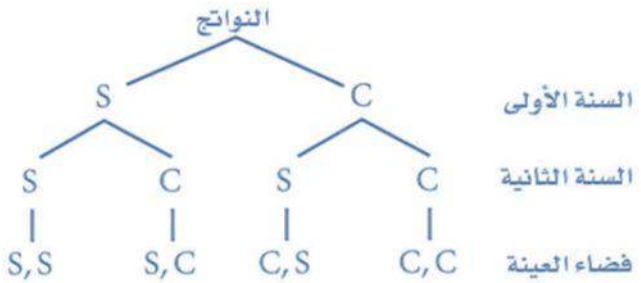
b) $\frac{1}{2}$

مراجعة تراكمية:

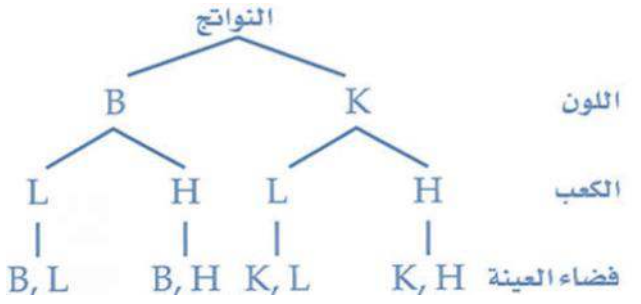
32) حفلة: $\frac{1}{5}$

مثل فضاء العينة لكل تجربة مما يأتي باستعمال القائمة المنظمة، والجدول، والرسم الشجري:

33)



34)



35) هندسة: $\frac{1}{2}=0.5=50\ \%$

أوجد مساحة المنطقة المظللة في كل مما يأتي .

36) $57.1\ m^2$

37) $42.1\ in^2$

38) $19.6\ cm^2$

اختبار منتصف الفصل

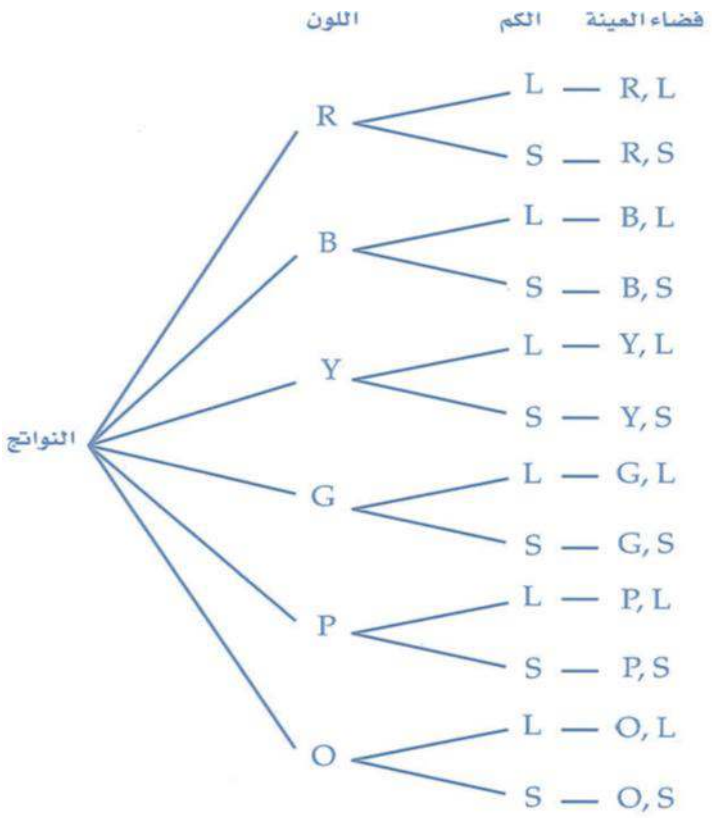
١) طعام:

a) 120

b) 320

٢) أعداد: 6720

٣) ملابس:



٤) كتابة: $\frac{1}{720}$

٥) نقود: 81

٦) نقود: 20

٧) 51% تقريبا

٨) سيرك:

a) 16% تقريبا

b) 13% تقريبا

اختيرت نقطة A عشوائيا على BE أوجد كلا مما يأتي:

٩) $\frac{6}{13}$

١٠) $\frac{17}{26}$

١١) $\frac{21}{26}$

١٢) $\frac{9}{26}$

استعمل القرص ذا المؤشر الدوار في الشكل المجاور لإيجاد كل مما يأتي:

١٣) 64% تقريبا

١٤) 7% تقريبا

١٥) 29% تقريبا

١٦) العاب:

a) 15%

b) 45%

c) 10%

d) 30%

تحقق من فهمك:

حدد إذا كانت الحادثتان مستقلتين أم غي مستقلتين في كل مما يأتي، ووضح إجابتك:

1A) الحادثتان مستقلتان لان البطاقة الأولي أعيدت إلى الكيس فلن يؤثر اختيارها على اختيار البطاقة الثانية

1B) الحادثتان مستقلتان لان احتمال ناتج تجربة إلقاء قطعة النقد لا يؤثر بأي حال من الأحوال في احتمال ناتج تجربة رمي المكعب المرقم

2A) $\frac{1}{12}$=8 %

2B) $\frac{1}{16}$=6.25 %

3) $\frac{11}{850}$=1 %

4) D (1/2)

تأكد:

حدد إذا كانت الحادثتان في السؤالين (1, 2) مستقلتين أم غير مستقلتين، ووضح إجابتك:

1) سيلعب فريق المدرسة في مباراة البطولة إذا ربح مباراته في الدور قبل النهائي وعليه فان هاتين الحادثتين غير مستقلتين

2) لا تؤثر نتيجة عبد العزيز في الاختيار الأول على نتيجة في الاختبار الثاني وعليه فان هاتين الحادثتين مستقلتان

3) بطاقات: $\frac{1}{1352}=7.4\times10^{-4}$

4) أوراق نقدية: $\frac{1}{15}=0.07$

5) أصدقاء: $\frac{1}{5}=0.2$

تدرب وحل المسائل:

حدد إذا كانت الحادثتان في الأسئلة (9 – 6) مستقلتين أم غير مستقلتين، ثم أوجد الاحتمال:

6) مستقلتان $\frac{3}{10}$ **=30 %**

7) غير مستقلتين $\frac{1}{221}$ **=0.5 %**

8) غير مستقلتين $\frac{2}{7}$ **=0.29 %**

9) مستقلتان $\frac{1}{36}$ **=3 %**

10) ألعاب: $\frac{1}{4}$ **=25 %**

11) شعارات: $\frac{20}{161}$ **=12 %**

12) $\frac{4}{5}$ **=80 %**

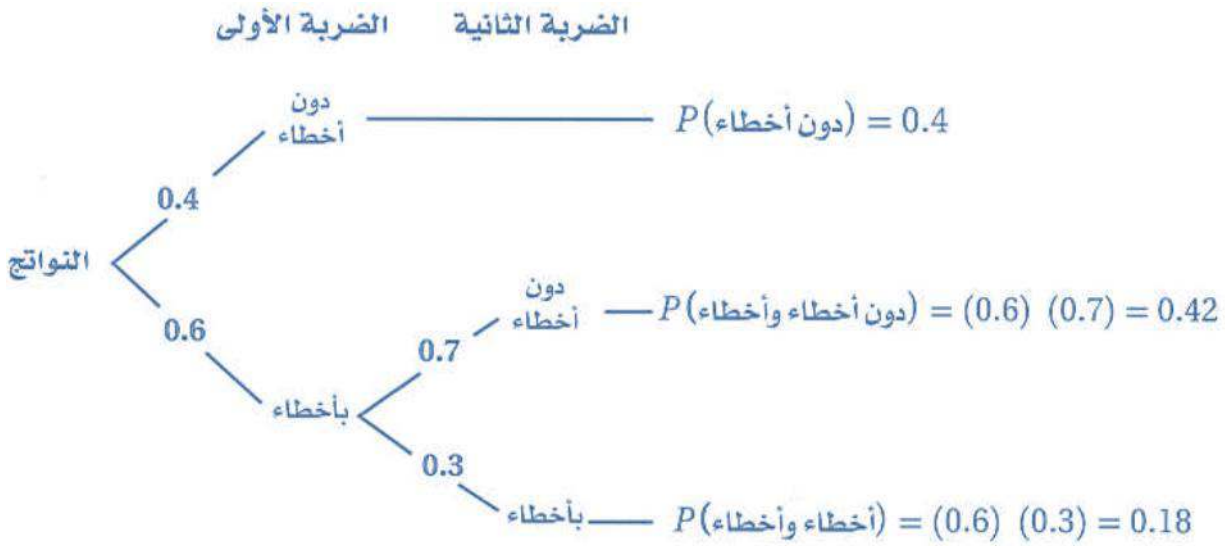
13) $\frac{1}{3}$

14) $\frac{1}{6}$ **=17 %**

15) تقنيات: 0.65 تقريبا

16) برهان: $P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

17) تنس أرضي: a)



b) 0.18=18 %

مسائل مهارات التفكير العليا:

18) اكتشف الخطأ: مهند، بما أن الحادثتين مستقلتان

19) تحد: 7، احتمال سحب العنصر A $=\frac{1}{n}$ سحب العصر B$=\frac{1}{n-1}$

بما أن احتمال الحادثتين معا =2.4% فان n=7

20) تبرير: صحيحة دائما لأنها حادثتان مستقلتان فاحتمال الحادثة الثانية لا يتغير تبعا لنتائج الحادثة الأولي

21) مسألة مفتوحة: رمي قطعة مرتين تمثل حادثتين مستقلتين لان احتمال ظهور شعار أو كتابة في الرمية الثانية لا يتغير تبعا لنتيجة الرمية الأولي على حين أن سحب كرتين من وعاء يحتوي كرات ملونة دون إرجاع الكرة الأولي يمثل حادثتين غير مستقلتين

22) اكتب: تبين شجرة الاحتمال جميع النواتج الممكنة للحادثة المركبة التي تظهر في فضاء العينة واحتمال كل ناتج هو نسبة هذا الناتج من فضاء العينة وبما أن مجموع احتمالات هذه النواتج يساوي مجموع نسب هذه النواتج من فضاء العينة

تدريب على اختبار:

23) احتمال: A) $\frac{1}{18}$

24) احتمال: 9.8 % تقريبا

مراجعة تراكمية:

25) استعمل قرصا ذا مؤشر دوار مقسما إلى قطاعين يشكل احدهما 10% من القرص أو زاويته المركزية 36º ويشكل الآخر 90% من القرص أو زاويته المركزية 324º ونفذ 20 محاولة وسجل النتائج في جدول تكراري

استعمل القرص ذا المؤشر الدوار في الشكل المجاور لإيجاد كل مما يأتي (يعاد تدوير المؤشر إذا استقر على أخط بين لونين):

26) 0.25

27) 0.32

28) 0.07

29)0.19

أوجد عدد النواتج الممكنة لكل موقف فيما يأتي:

30) 15

31) 12

32) 216

تحقق من فهمك:

حدد إذا كانت الحادثتان متنافيتين أم غير متنافيتين في كل مما يأتي، وبرر إجابتك:

1A) غير متنافيتين، العدد الذي يقبل القسمة على 10 يقبل القسمة على 5 أيضا

1B) متنافيتين، لأنه ليس بينهما نواتج مشتركة إذ لا يمكن إيجاد عددين مجموعهما 6و7 في آن واحد

2A) $\frac{5}{18}=28\ \%$

2B) $\frac{41}{80}=51\ \%$

3)

p(مائية أو شكل هندسي) = p(مائية) + p(شكل هندسي) - p(مائية أو شكل هندسي)

$$= \frac{3+2+1+5}{30} + \frac{4+5+3}{30} - \frac{3}{30}$$

$$= \frac{11}{30} + \frac{12}{30} - \frac{3}{30}$$

$$= \frac{23}{30} - \frac{3}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

4) 30%

5) هواتف نقالة:

A) 28%

B) 72%

تأكد:

حدد إذا كانت الحادثتان متنافيتين أو غير متنافيتين في كل مما يأتي وبرر إجابتك:

١) غير متنافيتين لان 5 عدد فردي واكبر من 3

٢) متنافيتان لان السيارة لا تكون حصانا ولا يكون الحصان سيارة

٣) $\frac{2}{3}$=67 %

٤) $\frac{11}{25}$=44 %

٥) احتمال أن يخطئ السهم في الهدف =% 80=$\frac{8}{10}$

٦) 17.3%

تدرب وحل المسائل:

حدد إذا كانت الحادثتان متنافيتين أو غير متنافيتين في كل مما يأتي وبرر إجابتك:

٧) غير متنافيتين ، $\frac{10}{36}$=27.8 %

٨) غير متنافيتين ، $\frac{13}{20}$=65 %

٩) متنافيتان، $\frac{2}{2}$=100 %

١٠) رياضة: 56%

١١) هدايا: $\frac{7}{16}$=43.8 %

أوجد احتمال كل حادثة مما يأتي:

١٢) $\frac{25}{36}$=69.4 %

١٣) $\frac{1}{2}$=50 %

١٤) $\frac{24}{25}$=96 %

١٥) 92 %

١٦) 53%

١٧) .

a) 71.3%

b) 36.2%

c) 3.8%

مسائل مهارات التفكير العليا:

١٨) تحد: 0.74 يوجد ثلاثة نواتج يظهر على مكعبين منها عدد اقل من أو يساوي 4 ويوجد ناتج رابع يظهر على كل المكعبات الثلاثة عدد اقل من أو يساوي 4 وعليك إيجاد احتمال كل ناتج من الأربعة ثم جمعها

تبرير:

١٩) غير متنافيتين إذا كان المثلث متطابق الأضلاع فهو متطابق الزوايا لذا فلا يمكن أن تكون هاتان الحادثتان متنافيتين

٢٠) غير متنافيتين العدد الحقيقي هو عدد مركب في الوقت ذاته

٢١) مسألة مفتوحة:إذا سحبت بطاقة من مجموعة بطاقات ملونة بأحد اللونين الأحمر والأسود ورقمت بطاقات كل لون من 1 إلى 10 فان حادثة أن تحمل البطاقة المسحوبة الرقم 3 وحادثة أن تحمل الرقم 5 هما حادثتان متنافيتان وأما حادثة إن تحمل البطاقة الرقم 3 وحادثة أن تكون حمراء في الوقت نفسه فهاتان الحادثتان غير متنافيتين

٢٢) اكتب: عندما تكون الحادثتان متنافيتين فلا يمكن وقوعهما معا ولكن هذا لا يعني انه يجب إن تقع أحداهما بالضرورة أن مجموع احتمالات نواتج فضاء العينة كافة =1

٢٣) احتمال: D 0.65

٢٤) احتمال: $\frac{2}{3}$B

مراجعة تراكمية:

حدد إذا كانت الحادثتان مستقلتين أو غير مستقلين في كل مما يأتي، ثم أوجد الاحتمال:

٢٥) مستقلتين ، $\frac{1}{36}$=3 %

٢٦) غير مستقلتين ، $\frac{1}{221}$=0.5 %

٢٧) رياضة: احتمال أن يلعب احد رياضي المدرسة كرة القدم يساوي 0.35 وكرة السلة فقط يساوي 0.3 وكرة التنس فقط يساوي 0.25 وكرة الطائرة فقط يساوي 0.1

دليل الدراسة والمراجعة

اختبر مفرداتك:

حدد إذا كان كل عبارة فيما يأتي صحيحة أم خاطئة . وإذا كانت خاطئة فاستبدل المصطلح الذي تحته خط حتى تصبح صحيحة:

1) صحيحة

2) خاطئة، التوافيق

3) صحيحة

4) خاطئة، المستقلة

5) صحيحة

6) صحيحة

7) صحيحة

8) خاطئة ، محاكة

9) خاطئة، غير المستقلة

10) فشار: متروك للطالب

11) أحذية: 18

12) مطعم: 4

13) $\frac{1}{120}$

14) مسابقات: 35960

15) زراعة:

a) 67

b) 0.16=16%

16) $\frac{2}{9}$=22%

17) كرة يد: استعمل قرصا ذا مؤشر دوار مقسما إلى قطاعين يشكل احدهما 35% من مساحة القرص أو تكون زاويته المركزية 126^{o}

18) كتب: استعمل قرصا ذا مؤشر دوار مقسما إلى 4 قطاعات

19) $\frac{6}{35}$

20) $\frac{1}{169}$

21) %37

22) $\frac{2}{9}$

23) $\frac{4}{13}$

24) .

a) $\frac{11}{20}$

b) $\frac{19}{40}$

اختبار الفصل

إذا اختيرت النقطة X عشوائياً على AE . فأوجد كلاً مما يأتي:

1) $\frac{9}{20}=0.45=45\ \%$

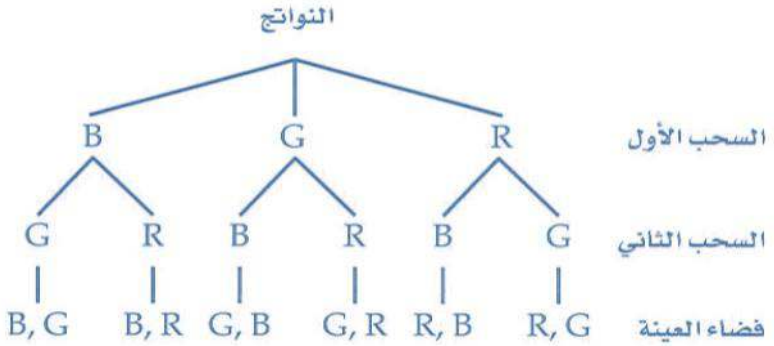
2) $\frac{3}{8}=0.375=37.5\ \%$

3) سباحة: 362880

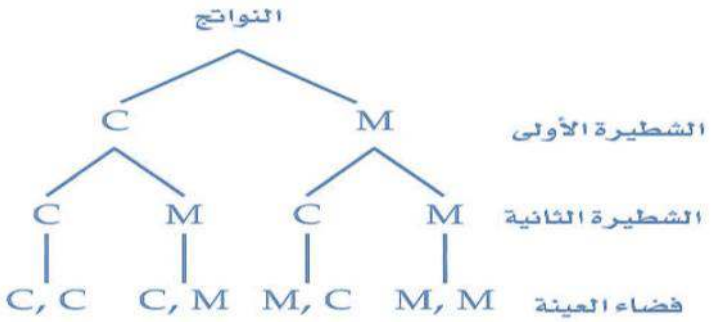
4) سفر: 24

مثل فضاء العينة لكل تجربة باستعمال القائمة المنظمة، والجدول والرسم الشجري:

5)



6)



7) كتابة: 120

8) تصويب: 16%

9) أعداد: $\frac{1}{140}$

10) مسابقات: $\frac{1}{455}$

11) $\frac{1}{9}$ مستقلتين

استعمل تجربة القرص ذي المؤشر الدوار في الشكل المجاور لإيجاد كل من الاحتمالات الآتية، (إذا استقر المؤشر على خد تُعاد التجربة) .

12) 9.7%

13) 25%

14) 91.7%

15) كرة قدم: استعمل قرصا ذا مؤشر دوار مقسما إلى قطاعين

حدد إذا كانت الحادثتان متنافيتين أو غير متنافيتين في كل مما يأتي، وبرر إجابتك:

16) غير متنافيتين، فقد يملك شخص سيارة وشاحنة في آن معا

17) غير متنافيتين فقد يظهر الرقم 6 على احد المكعبين ويظهر الرقم 1 على المكعب الآخر

18) متنافيتان، لا يمكن أن تكون البطاقة حمراء وزرقاء في الوقت نفسه.

الفصل 7

الإعداد للاختبارات المعيارية

تمارين ومسائل

اقرأ المسألة وحدّد المطلوب، ثم نظّم البيانات لحل المسألة.

1) لدى رباب أربعة أحرف بلاستيكية: ا، ف، ح، ت. إذا اختارت تبديلًا عشوائيًّا لهذه الأحرف، فما احتمال أن تكون الكلمة هي كلمة "فاتح"؟

A $\frac{3}{50}$

B $\frac{1}{24}$

C $\frac{1}{12}$

D $\frac{1}{4}$

ا	ف	ح	ت
ا	ف	ت	ح
ا	ح	ت	ف
ا	ح	ف	ت
ا	ت	ح	ف
ا	ت	ف	ح
ف	ا	ت	ح
ف	ا	ح	ت
ف	ح	ا	ت
ف	ح	ت	ا
ف	ت	ح	ا
ف	ت	ا	ح
ح	ا	ف	ت
ح	ا	ت	ف
ح	ت	ا	ف
ح	ت	ف	ا
ح	ف	ا	ت
ح	ف	ت	ا
ت	ح	ا	ف
ت	ح	ف	ا
ت	ف	ح	ا
ت	ف	ا	ح
ت	ا	ف	ح
ت	ا	ح	ف

انظم جدول للاحتمالات

من الجدول يتضح أن احتمال أن تكون الكلمة هي كلمة "فاتح"

$= \frac{1}{4!} = \frac{1}{4\times3\times2\times1} = \frac{1}{24}$

الإختيار B

2) يبيّن الجدول الآتي عدد الطلاب في الصفوف الثلاثة في مدرسة ثانوية ، وهم يلعبون كرة السلة وكرة القدم وكرة الطائرة. إذا اختير أحد الطلاب عشوائيًا، فما احتمال أن يكون من الصف الثاني الثانوي أو يلعب كرة الطائرة؟

الرياضة	الأول الثانوي	الثاني الثانوي	الثالث الثانوي
كرة السلة	6	5	6
كرة القدم	5	8	7
كرة الطائرة	3	4	6

A $\frac{4}{21}$

B $\frac{2}{25}$

C $\frac{5}{17}$

D $\frac{13}{25}$

المعطيات:

مجموع عدد الطلاب = 50 طالب

عدد طلاب الصف الثاني الثانوي = 17 طالب

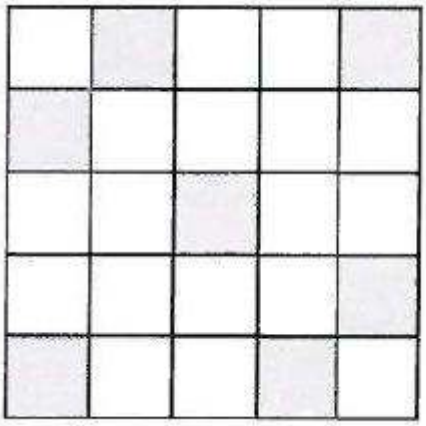
عدد الطلاب الذين يلعبون الكرة الطائرة = 13

المطلوب: احتمال ان يكون الطالب من الصف الثاني أو يلعب كرة الطائرة

$$P(\text{الكرة الطائرة أو الصف الثاني}) = P(\text{الصف الثاني}) + P(\text{الكرة الطائرة}) - P(\text{الكرة الطائرة و الصف الثاني})$$

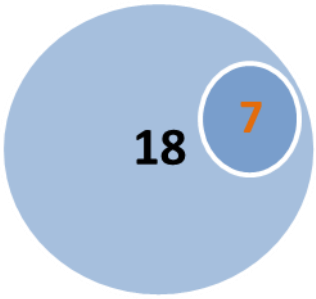
$$= \frac{17}{50} + \frac{13}{50} - \frac{4}{50}$$

$$= \frac{13}{25}$$



3) اختيرت نقطة واحدة عشوائيًا في الشكل المجاور. أوجد احتمال أن تقع هذه النقطة في المنطقة المظلّلة.

0.28 C	0.22 A
0.32 D	0.25 B



$$P=\frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}=\frac{7}{25}=0.28$$

4) تضم جماعات الأنشطة في إحدى المدارس الثانوية 10 طلاب من الصف الأول الثانوي، و8 طلاب من الصف الثاني الثانوي، و9 من الصف الثالث الثانوي، حيث يمارس كل طالب فيها نشاطًا معينًا في أثناء العام الدراسي على النحو الآتي:

يمارس 4 طلاب من الأول الثانوي النشاط العلمي، و6 النشاط الثقافي، ويمارس طالبان من الصف الثاني الثانوي النشاط العلمي و5 النشاط الرياضي. ويمارس طالبان من الصف الثالث الثانوي النشاط الثقافي، علمًا بأن كل نشاط يضم 9 طلاب. إذا اختير طالب واحد عشوائيًا، فما احتمال أن يكون من طلاب الصف الثاني الثانوي أو يمارس النشاط العلمي؟

A $\frac{1}{5}$

B $\frac{4}{18}$

C $\frac{5}{9}$

D $\frac{2}{3}$

المعطيات:

- **عدد الطلاب بجماعات الانشطة = 27 طالب**
- **عدد طلاب الصف الاول الثانوي 10 طلاب ، 4 طلاب منهم يمارسون النشاط العلمي**
- **عدد طلاب الصف الثاني الثانوي 8 طلاب ، 2 منهم يمارسون النشاط العلمي**

المطلوب: احتمال أن يكون طالب من الصف الثاني الثانوي أو يمارس النشاط العلمي

الحل:

$$P(\text{النشاط العلمي أو الصف الثاني}) = P(\text{الصف الثاني}) + P(\text{النشاط العلمي}) - P(\text{النشاط العلمي و الصف الثاني})$$

$$= \frac{8}{27} + \frac{9}{27} - \frac{2}{27} = \frac{15}{27} = \frac{5}{9}$$

اختبار تراكمي

اختيار من متعدد:

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

1) (D 0.5

2) (B 6

3) (C $\frac{5}{6}$

4) (A 710

5) (B $\frac{2 - 7x}{6(x - 3)(2x - 1)}$

6) (B 0.2

7) (C $\frac{5}{51}$

إجابة قصيرة:

أجب عن كل مما يأتي:

8) $\frac{1}{3}$

9) $64a^6+4a^2+2$

10) $\frac{1}{8}$

11) المجال: جميع الأعداد الحقيقية ، المدى: جميع الأعداد الصحيحة

إجابة طويلة:

أجب عن السؤال الآتي موضحاً خطوات الحل:

12)

a) مستقلتان لا يؤثر نتيجة السحب الأول على السحب الثاني لان البطاقة المسحوبة تعاد إلى الحقيبة بعد كل عملية سحب

b) 0.09

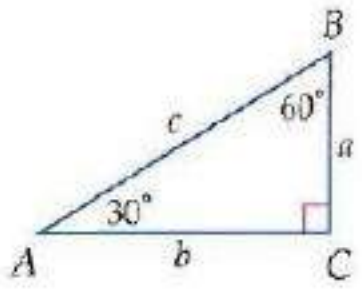
c) 0.05

معمل الجداول الإلكترونية

استكشاف 4-1

استقصاء المثلّثات القائمة الخاصة
Investigating Special Right Triangles

حلل النموذج:



استعمل برنامج الجداول الإلكترونية المبيَّن أدناه للمثلث الذي قياسات زواياه $30° - 60° - 90°$.

30-60-90 triangles

	A	B	C	D	E	F
1	a	b	c	b/a	b/c	a/c
2	1		2			
3	2		4			
4	3		6			
5	4		8			

Sheet 1 Sheet 2 Sheet 3

1) انسخ ثم أكمل الورقة الإلكترونية أعلاه.

a	b	c	b/a	b/c	a/c
1	1.73205	2	1.73205	0.86603	0.5
2	3.4641	4	1.73205	0.86603	0.5
3	5.19615	6	1.73205	0.86603	0.5
4	6.9282	8	1.73205	0.86603	0.5

2) صِفِ العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث $30° - 60° - 90°$ المعطاة في الشكل أعلاه.

جميع المثلثات التي قياسات زوايا كل منها 30° - 60° - 90° متشابهة.

3) ما النمط الذي تلاحظه على النسب بين أطوال أضلاع هذا النوع من المثلثات؟

جميع النسب بين الضلع b الى الضلع a تقريبا 1.73، كل النسب بين الضلع b و الضلع c تقريبا 0.87 ، كل النسب بين الضلع a و الضلع c 0.5

التهيئة

اختبار سريع:

أوجد قيمة x مقربة إلى أقرب جزء من عشرة .

١) 11.7

٢) 15

٣) 20.5

٤) 7.2 m

جد القياسين المجهولين في كل مما يأتي . (اكتب الجذور في أبسط صورة) .

٥) $x=9\ ,y=9\sqrt{2}$

٦) $x=13\sqrt{2}\ ,\ y=13$

٧) $6\sqrt{2}$ ft= 8.5 ft

تحقق من فهمك:

1) أوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية B الواردة أعلاه.

$$\sin\Theta=\frac{15}{17}\ ,\ \cos\Theta=\frac{8}{17}\ ,\ \tan\Theta=\frac{15}{8}$$
$$\csc\Theta=\frac{17}{15}\ ,\ \sec\Theta=\frac{17}{8}\ ,\ \cot\Theta=\frac{8}{15}$$

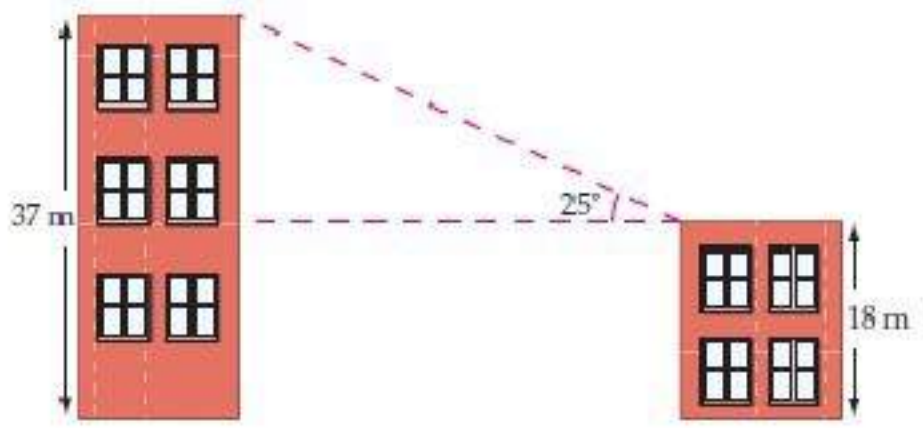
2) $\frac{3\sqrt{58}}{58}$

استعمل دالة مثلثية لإيجاد قيمة x . قرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم .

7 (a

14.1 (b

4) بنايات: في الشكل المجاور بنايتان، ارتفاع إحداهما 18 m، وارتفاع الأخرى 37 m، ولقياس المسافة الأفقية بينهما، وَضَعَ سعد أداة (مقياس زاوية الميل) على قمّة البناية الصغرى، فوجد أن قياس الزاوية المحصورة بين الخط الأفقي بين البنايتين والخط المارّ من الأداة إلى قمة البناية الكبرى هو 25°. فما المسافة الأفقية بين البنايتين؟



(4

$$\tan\theta=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$$

$$\tan 25^\circ=\frac{37-18}{d}=\frac{19}{d}$$

$$d=\frac{19}{\tan 25^\circ}$$

$$d\approx 40.75$$

أوجد قيمة x . قرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم .

28.1 (a

56.3 (b

6A) تفريغ حمولة: 2.3 m

6B) سلالم: 3.8 m

تأكد:

أوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ .

١) $\sin\Theta=\frac{8}{10}$, $\cos\Theta=\frac{6}{10}$, $\tan\Theta=\frac{8}{6}$

$\csc\Theta=\frac{10}{8}$, $\sec\Theta=\frac{10}{6}$, $\cot\Theta=\frac{6}{8}$

٢) $\sin\Theta=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos\Theta=\frac{3}{4}$, $\tan\Theta=\frac{\sqrt{7}}{3}$

$\csc\Theta=\frac{4}{\sqrt{7}}$, $\sec\Theta=\frac{4}{3}$, $\cot\Theta=\frac{3}{\sqrt{7}}$

معتبراً الزاوية A زاوية حادة في مثلث قائم الزاوية .

3) $\frac{\sqrt{33}}{7}$

4) $\frac{21}{29}$

تتعمل دالة مثلثية لإيجاد قيمة x . قرب إلى أقرب جزء من عشرة .

) 25.4

) 7.7 (_

7) 8.3

أوجد قيمة x . قرب إلى أقرب جزء من عشرة .

8) 61.9

9) 25.4

10) 68

11) أشجار: 274.7 ft

12) سلالم:

6.3 m

تدرب وحل المسائل:

أوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ الموضحة في كل مما يأتي.

13) $\sin\Theta=\frac{12}{13}$, $\cos\Theta=\frac{5}{13}$, $\tan\Theta=\frac{12}{5}$

$\csc\Theta=\frac{13}{12}$, $\sec\Theta=\frac{13}{5}$, $\cot\Theta=\frac{5}{12}$

14) $\sin\Theta=\frac{9}{41}$, $\cos\Theta=\frac{40}{41}$, $\tan\Theta=\frac{9}{40}$

$\csc\Theta=\frac{41}{9}$, $\sec\Theta=\frac{41}{40}$, $\cot\Theta=\frac{40}{9}$

15) $\sin\Theta=\frac{\sqrt{51}}{10}$, $\cos\Theta=\frac{7}{10}$, $\tan\Theta=\frac{\sqrt{51}}{7}$

$\csc\Theta=\frac{10\sqrt{51}}{51}$, $\sec\Theta=\frac{10}{7}$, $\cot\Theta=\frac{7\sqrt{51}}{51}$

16) $\sin\Theta=\frac{2\sqrt{13}}{13}$, $\cos\Theta=\frac{3\sqrt{13}}{13}$, $\tan\Theta=\frac{2}{3}$

$\csc\Theta=\frac{\sqrt{13}}{2}$, $\sec\Theta=\frac{\sqrt{13}}{3}$, $\cot\Theta=$

ا علمت أن الزاويتان A, B زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية، فأجب عما يأتي:

17) $\frac{15}{17}$

18) $\frac{\sqrt{91}}{3}$

19) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

20) $\frac{4\sqrt{65}}{65}$

في كل مما يأتي، استعمل دالة مثلثية لإيجاد قيمة x . قرب إلى أقرب جزء من عشرة .

21) 12.7

22) 3.6

23) 10.4

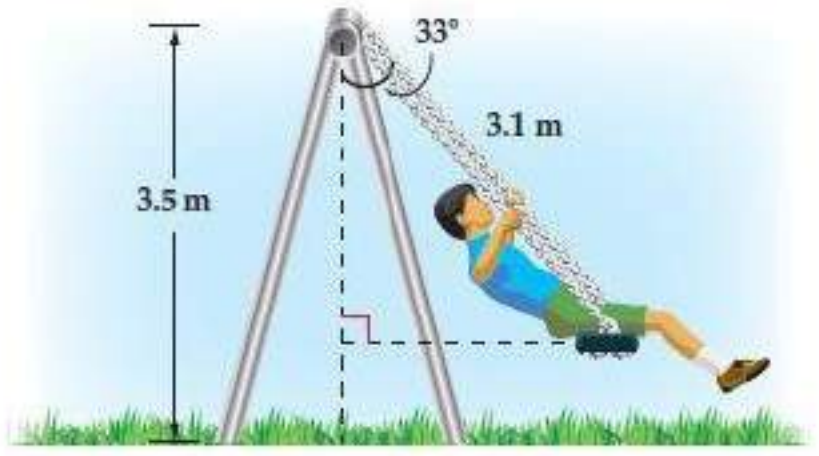
24) 32.9

25) 8.7

27) تزلج هوائي: 132.5 ft

28)

28) **أرجوحة :** يلعب طفل على أرجوحة في متنزَّه، فإذا كان ارتفاع أعلى الأرجوحة من الأرض 3.5 m، والزاوية التي يصنعها حبل الأرجوحة مع الخطِّ العمودي على الأرض في لحظة ما، كما هو مُبيّن في الشكل المجاور، فأوجد ارتفاع مقعد الأرجوحة عن الأرض في تلك اللحظة.



$$\cos\theta = \frac{\text{ض}}{\text{و}}$$

$$\cos 33 = \frac{d_1}{3.1}$$

$$d_1 = 3.1 \times \cos 33$$

$$d_1 = 2.59$$

$$d_2 = 3.5 - 2.59 = 0.91m$$

ارتفاع مقعد الأرجوحة عن الأرض في تلك اللحظة $= 0.91m$

أوجد قيمة x . قرب إلى أقرب جزء من عشرة .

29) 30

30) 67.2

31) 36.9

32) 55.2

33) 32.5

34) 23.6

35) تسلق:

6.6 m

في كل مما يأتي، استعمل دوال مثلثية، لإيجاد قيمة كل من x, y . مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة .

36) x=21.9 , y=20.8

37) x=93.7 , y=60.2

38) x=19.3 , y=70.7

ل كلاً من المعادلات الآتية:

39) A=80.9

40) N=54.9

41) X=86.2

42) T=20.5

43) G=7.1

44) Z=11.5

45) أعشاش: 48 ft

46) صقور:

a) 647.2 ft

b) 239.4 ft

في المثلث ABC، C زاوية قائمة . استعمل القيم المعطاة لإيجا المجهولة وقياسات الزوايا المجهولة في المثلث ABC . قرب إ عشرة:

47) $B=45^{o}$, $b=16.5$, $c=20.4$

48) $A=59^{o}$, $a=31.6$, $c=36.9$

49) $A=28.1^{o}$, $B=61.9^{o}$, $b=15$

50) $A=38.7^{o}$, $B=51.3^{o}$, $b=7.5$, $c=9.6$

مسائل مهارات التفكير العليا:

51) تحد: 51.3^o تقريبا إذا رسم مثلث قائم الزاوية بحيث تكون القطعة AB الوتر فان طول الضلع المقابل للزاوية Θ هو 5 وطول الضلع المجاور لها هو 4 فيكون $A= 51.3^o$ Tan $A=\frac{5}{4}$

52) تبرير: صحيحة، طول الضلع المقابل لزاوية حادة وطول الوتر موجبان لذا فان قيمة دالة الجيب ستكون موجبة دائما

53) إجابة مفتوحة: بما أن طول الوتر في النسبتين هو نفسه فان طول الضلع المقابل لـC يساوي طول الضلع المقابل لـA وهذا يعني أن المثلث متطابق الضلعين

تدريب على اختبار:

54) (B [-1 2]
[2 -3]

55) (A 26

راجعة تراكمية:

سط كل عبارة مما يأتي:

56) $\frac{5a4\ c}{3b}$

57) $\frac{36b3\ c\ f}{5a\ q}$

58) $\frac{(a+1)(a-2)}{4(a-5)(a-1)}$

أوجد مجموع كل متسلسلة مما يأتي:

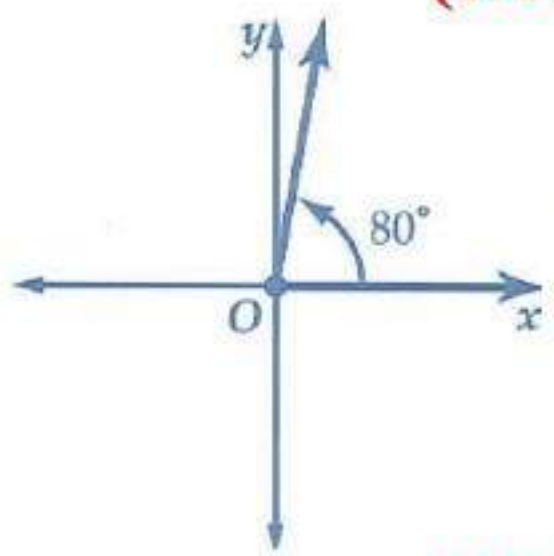
59) 366

60) $\frac{1}{6}$

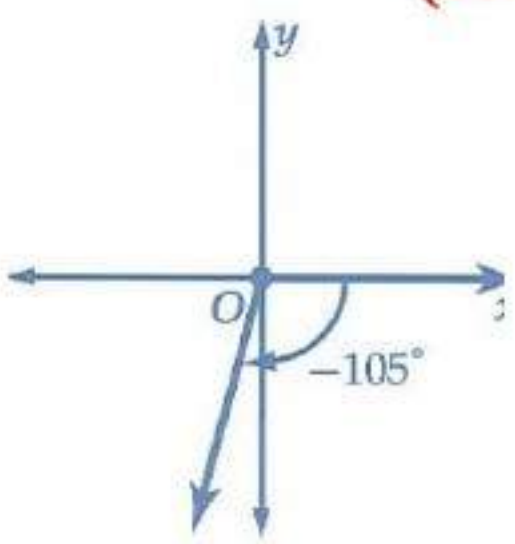
تحقق من فهمك:

ارسم كلاً من الزاويتين المعطى قياسها فيما يأتي في الوضع القياسي:

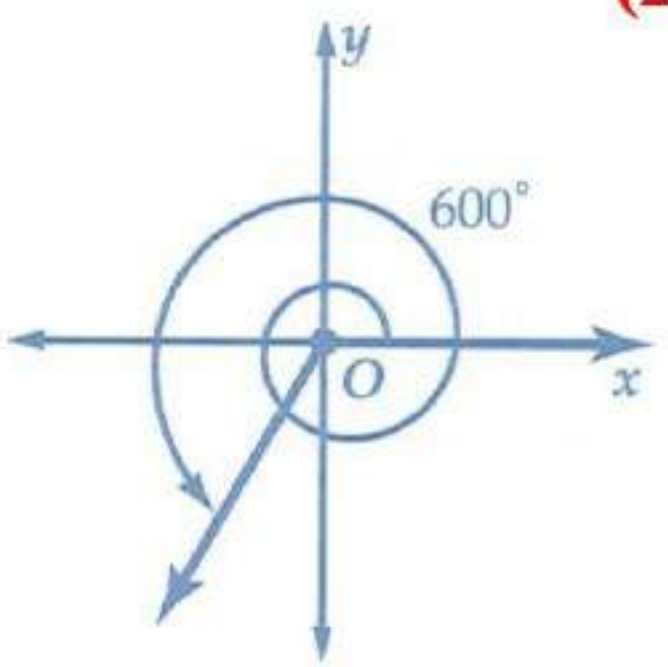
(1A



(1B



(2



أوجد زاوية بقياس موجب، وأخرى بقياس سالب مشتركتين في ضلع الانتهاء مع كل زاوية من الزاويتين الآتيتين:

(3A 375° , -345°

(3B 315° , -405°

حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة درجات:

4A) $\frac{2\pi}{3}$

4B) -67.5^{o}

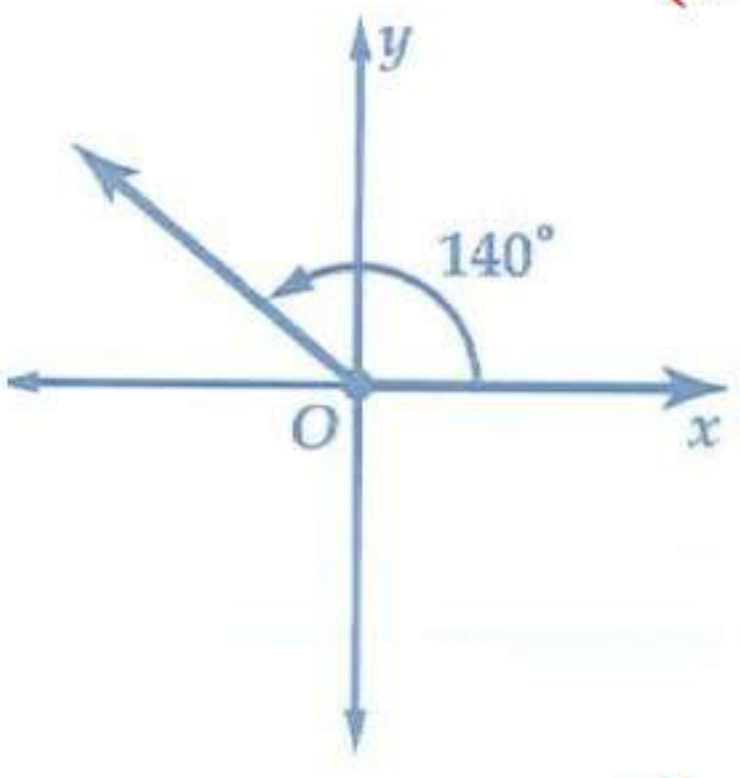
5) **مطاعم:** يقع في أعلى برج الخرج مطعم دوّار، نصف قطره 90 ft، حيث يدور الجناح المخصَّص لتقديم الطعام والقريب من النوافذ الخارجية دورة كاملة كل 90 دقيقة. إذا ذهب شخص للمطعم لتناول العشاء وجلس على طاولة بجانب النافذة عند الساعة 6:42 مساءً وانتهى عند الساعة 8:00 مساءً، فما المسافة التي دارها؟

5) **المسافة** $\approx$ **490 ft.**

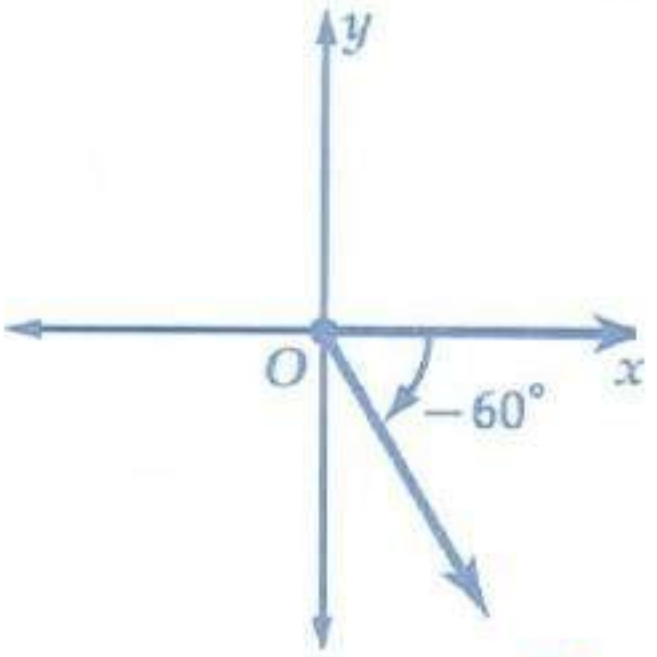
تأكد:

ارسم كلاً من الزوايا المعطى قياسها في الوضع القياسي:

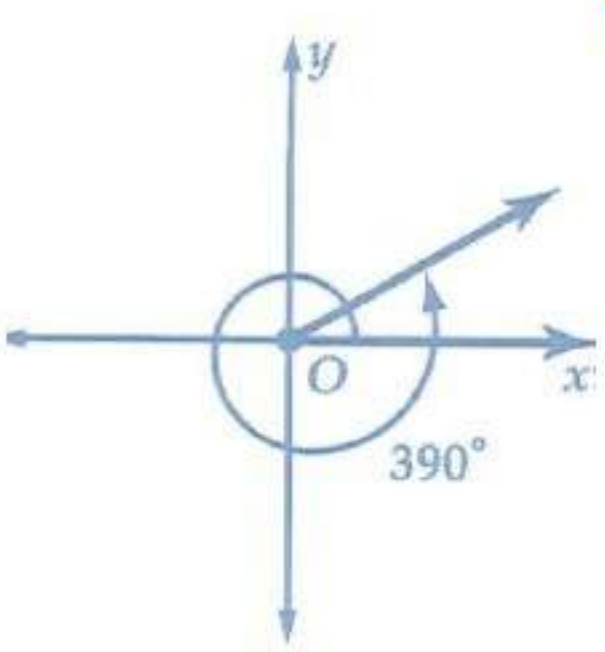
1)



(2



(٣



أوجد زاوية بقياس موجب، وأخرى بقياس سالب مشتركتين في كل زاوية من الزوايا الآتية:

4) 385^o , -335^o

5) 535^o , -185^o

6) 260^o , -460^o

حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى الدرجات:

7) 45^o

8) $\frac{5\pi}{4}$

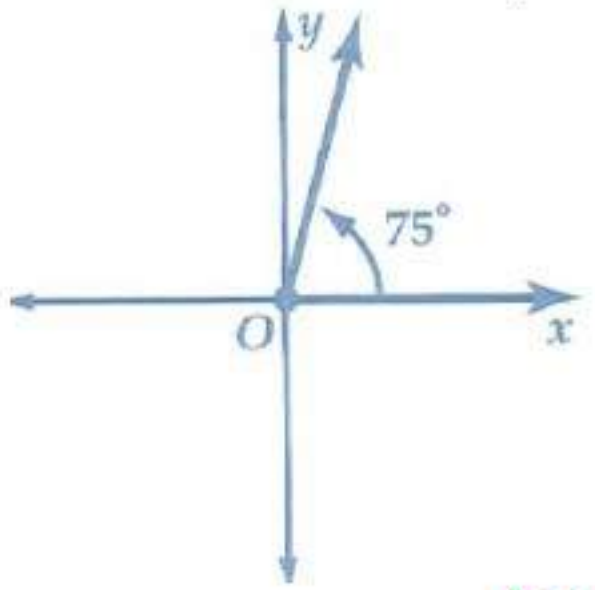
9) $\frac{-2\pi}{9}$

10) تنس طاولة: 2.1 m

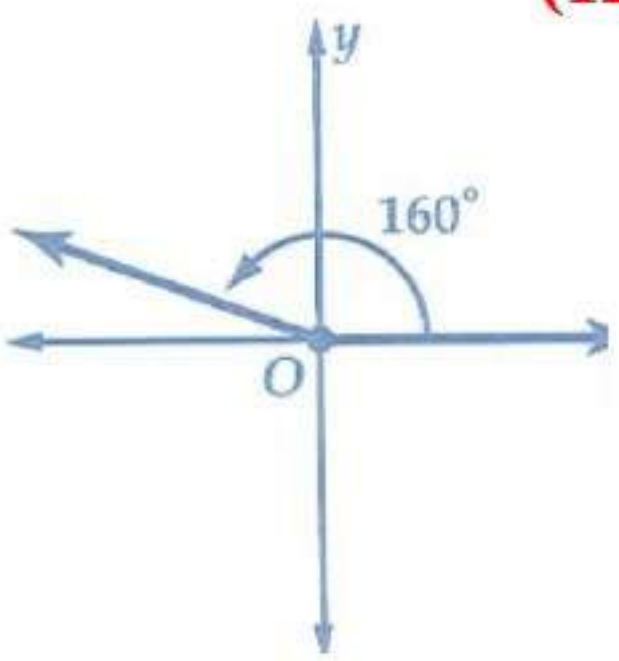
تدرب وحل المسائل:

ارسم كلاً من الزوايا المعطى قياسها في الوضع القياسي:

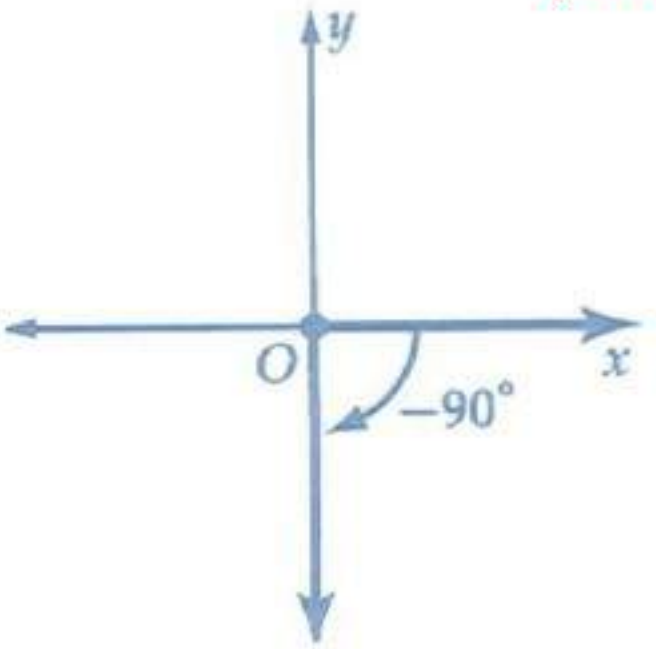
11)



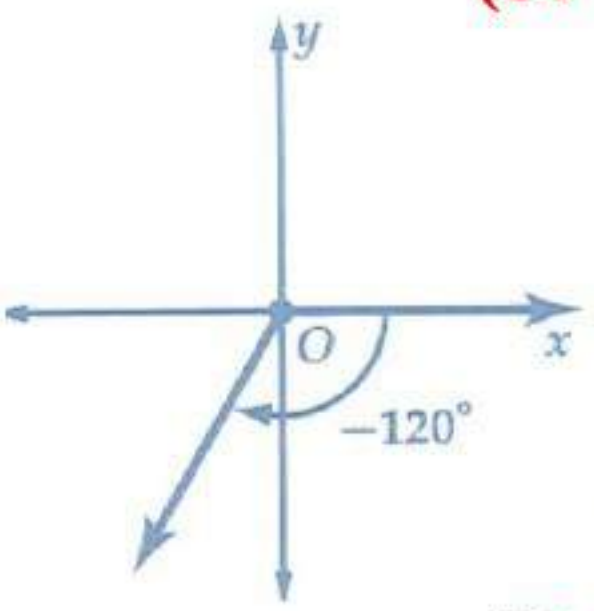
12)



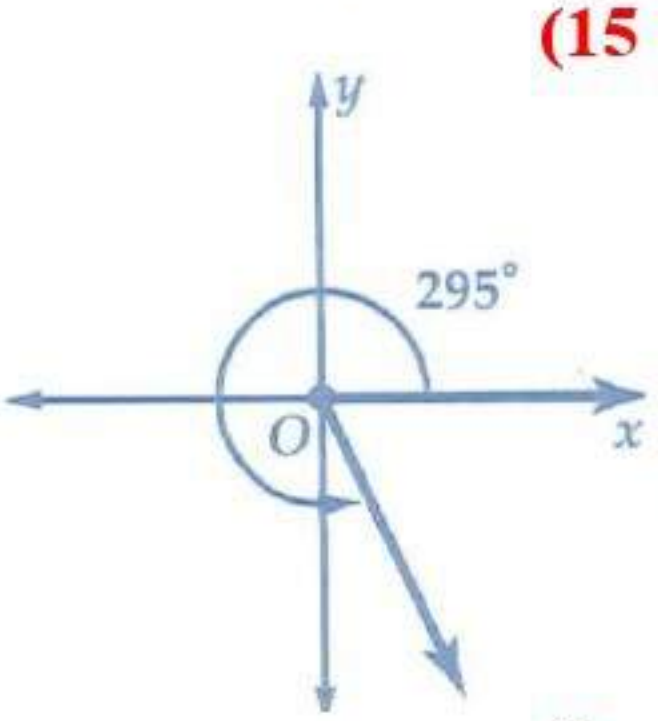
13)



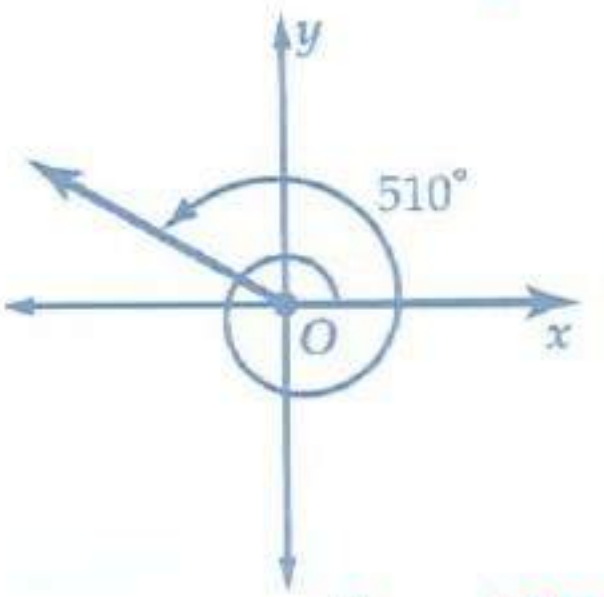
(14



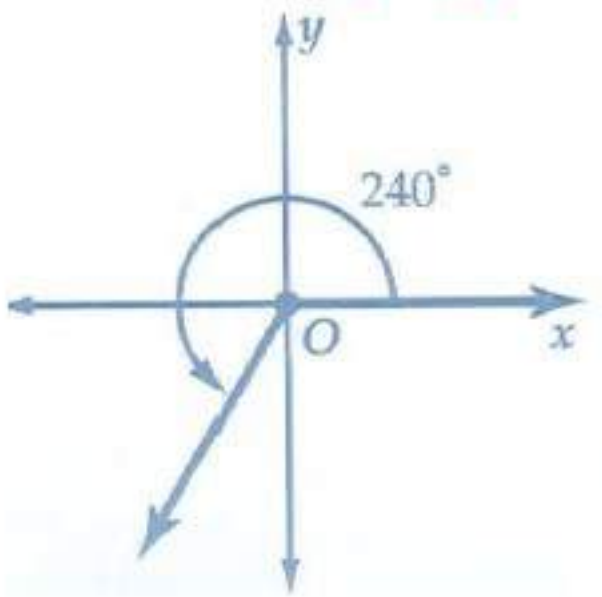
(15



(1



17) جمباز:



أوجد زاوية بقياس موجب، وأخرى بقياس سالب مشتركتين في كل زاوية من الزوايا الآتية:

18) $410^\circ , -310^\circ$

19) $455^\circ , -265^\circ$

20) $565^\circ , -155^\circ$

21) $710^\circ , -10^\circ$

22) $280^\circ , -440^\circ$

23) $165^\circ , -555$

حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى الدرجات:

24) $\frac{11\pi}{6}$

25) 150°

26) -60°

27) $\frac{-5\pi}{18}$

28) $\frac{19\pi}{18}$

29) -420°

30) رياضة: درّاجة ذات عجلة واحدة نصف قطرها 0.8 ft، ما المسافة التي تقطعها العجلة إذا دارت $\frac{1}{4}$ دورة؟

(30

$$90^\circ = 90^\circ \cdot \frac{\pi radians}{180^\circ}$$

$$= \frac{\pi}{2} radians$$

$$r = 8 \ , \ \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$s = r\theta$$
$$s = 8 \cdot \frac{\pi}{2}$$
$$s = 4\pi \approx 12.6 \text{ ft.}$$

أوجد طول القوس المحدد في كل من الدائرتين الآتيتين . قرب إلى أقرب جزء من عشرة .

31) 6.7 cm

32) 94.2 m

33) ساعات: 1h 15 min

34) المزاولة:

a) 19.2 h

b) $\frac{5\pi}{12}$

c) م 29.3 in

جد زاوية بقياس موجب، وأخرى بقياس سالب مشتركتين في ضلع الانتهاء مع ، زاوية من الزوايا الآتية:

35) $260^\circ , -100^\circ$

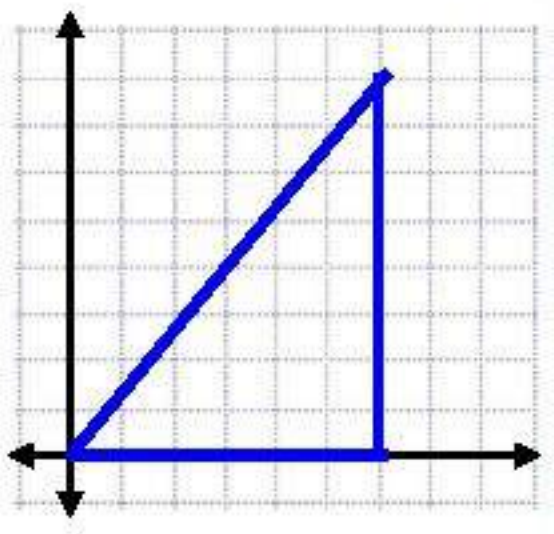
36) $320^\circ , -40^\circ$

37) $\frac{5\pi}{4} , \frac{-11\pi}{4}$

38) $\frac{7\pi}{6} , \frac{-5\pi}{6}$

39) تمثيلات متعددة:

a) هندسياً:



b) جبرياً:

$\tan CED = \frac{4}{3}$

c) جبرياً:

$ED = 6$

d) لفظيا:

ميل المستقيم هو ظل الزاوية التي ضلعها الابتدائي محور السينات والتي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى الدرجات:

40) 472.5^{o}

41) $\frac{31\pi}{45}^{\circ}$

42) $\frac{-10\pi}{9}$

4) 286.5^{o}

4) أحصنة دوارة:

-) $\frac{\pi}{6}$

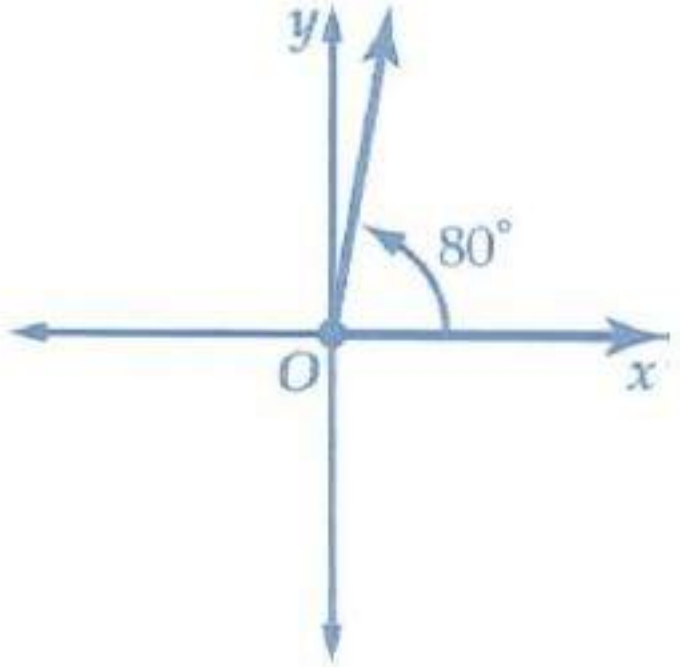
b) 0.6 m

مسائل مهارات التفكير العليا:

44) اكتشف الخطأ:
على قياس الزاوية المشتركة في ضلع الانتهاء يمكن الحصول عليه بإضافة أو طرح احد مضاعفات 360 قام احمد بطرح قياس الزاوية الأصلية من 360 وهذا خطأ

45) تحد: $x=2$

46) مسألة مفتوحة:



4) تبرير: متروك للطالب

تدريب على اختبار:

48) $\frac{-1}{2}$

49) هندسة: C) $2\sqrt{109}$

مراجعة تراكمية:

أوجد قيم الدوال المثلثية الست للزاوية θ في كل مما يأتي .

51) متروك للطالب

52) متروك للطالب

حُل كل معادلة مما يأتي:

53) $a=3\ ,\ 2$

54) $t=11$

55) $x=2$

استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر في المثلثات القائماً كل من ساقيها كما يأتي:

56) $3\sqrt{41}$

57) $\sqrt{353}$

58) $\sqrt{317}$

4-3 الدوالّ المثلّثية للزو
rigonometric Functions of Angles

تحقق من فهمك:

١)

$$\sin\Theta=\frac{\sqrt{10}}{10}\ ,\ \cos\Theta=\frac{-3\sqrt{10}}{10}\ ,\ \tan\Theta=\frac{-1}{3}$$

$$\csc\Theta=\sqrt{10}\ ,\ \sec\Theta=\frac{-\sqrt{10}}{3}\ ,\ \cot\Theta=-3$$

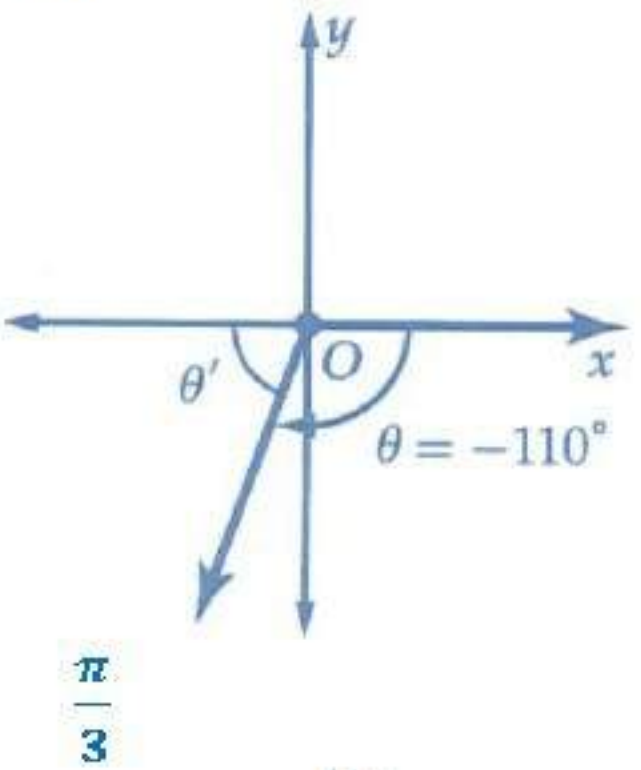
٢)

$$\sin\Theta=0\ ,\ \cos\Theta=-1\ ,\ \tan\Theta=0$$

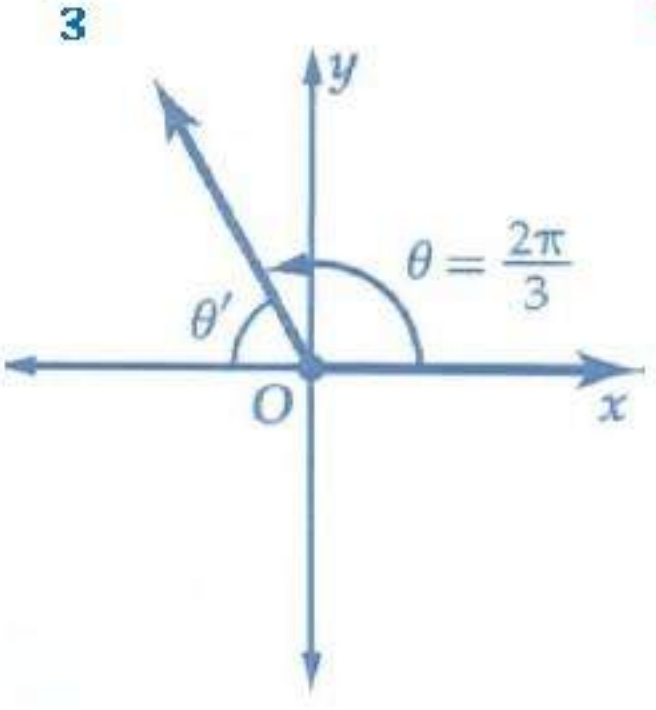
$$\csc\Theta^*\ ,\ \sec\Theta=-1\ ,\ \cot\Theta^*$$

ارسم كلا من الزاويتين الآتيتين في الوضع القياسي ثم اوجد الزاوية المرجعية لها:

a) 70^o



b) $\frac{\pi}{3}$



أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يأتي:

4A) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

4B) $\frac{-\sqrt{3}}{3}$

5) أراجيح: 106.6 ft

تأكد:

**إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بإحدى النقا
الآتية في كل مرة، فأوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست للزاوية θ:**

1)

$$\sin\Theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}\ ,\ \cos\Theta=\frac{\sqrt{5}}{5}\ ,\ \tan\Theta=2$$

$$\csc\Theta=\frac{\sqrt{5}}{2}\ ,\ \sec\Theta=\sqrt{5}\ ,\ \cot\Theta=0.5$$

2)

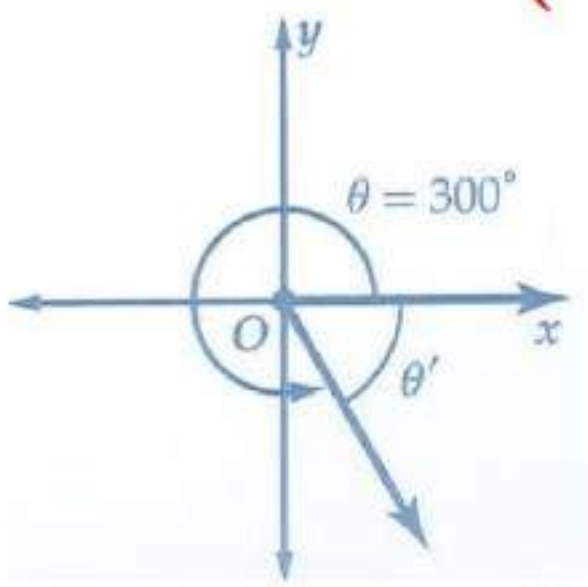
نفس طريقة حل السؤال السابق

3)

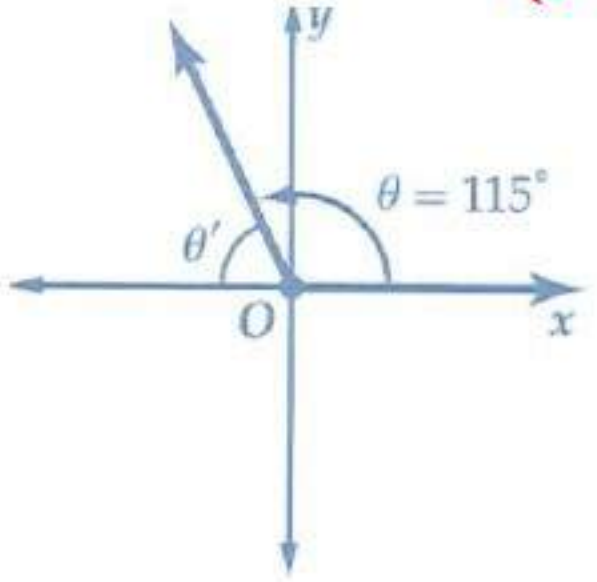
نفس طريقة حل السؤال السابق

ارسم كلاً من الزوايا الآتية في الوضع القياسي، ثم أوجد الزاوية المرجعية لها:

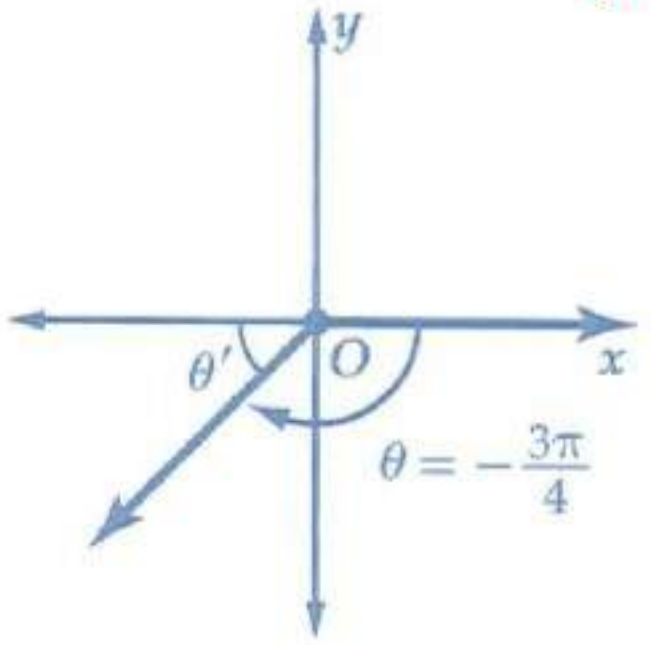
)



5)



6)



أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يأتي:

7) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

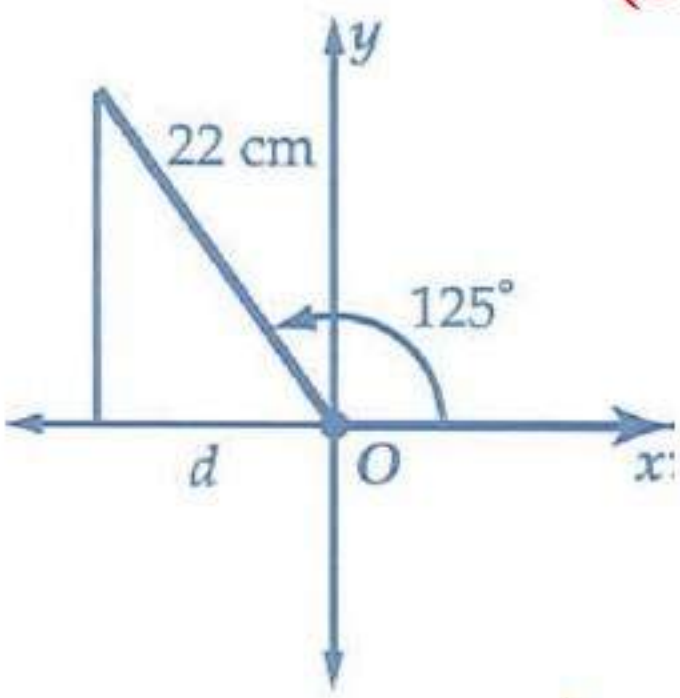
8) $-\sqrt{3}$

9) -2

10) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

11) تسلية:

a)



b) $\cos 55 = \frac{d}{22}$, 55^o

c) 12.6 cm

تدرب وحل المسائل:

إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بإحدى النقا
الآتية في كل مرة، فأوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست للزاوية θ:

12)

$$\sin\Theta=\frac{12}{13}\ ,\ \cos\Theta=\frac{5}{13}\ ,\ \tan\Theta=\frac{12}{5}$$
$$\csc\Theta=\frac{13}{12}\ ,\ \sec\Theta=\frac{13}{5}\ ,\ \cot\Theta=\frac{5}{12}$$

13)

نفس طريقة حل السؤال السابق

14)

نفس طريقة حل السؤال السابق

15)

نفس طريقة حل السؤال السابق

16)

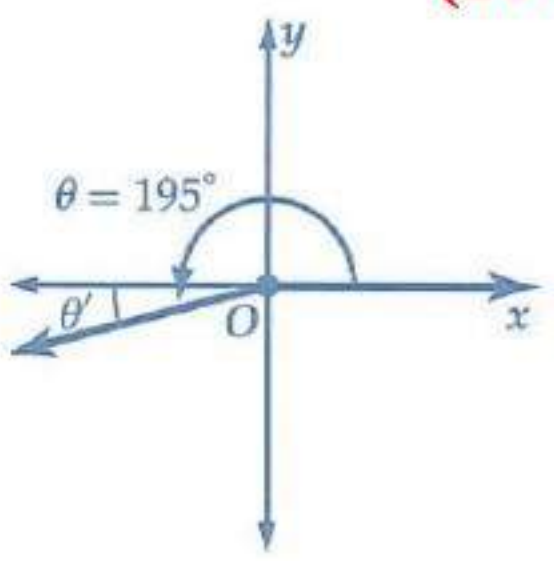
نفس طريقة حل السؤال السابق

17)

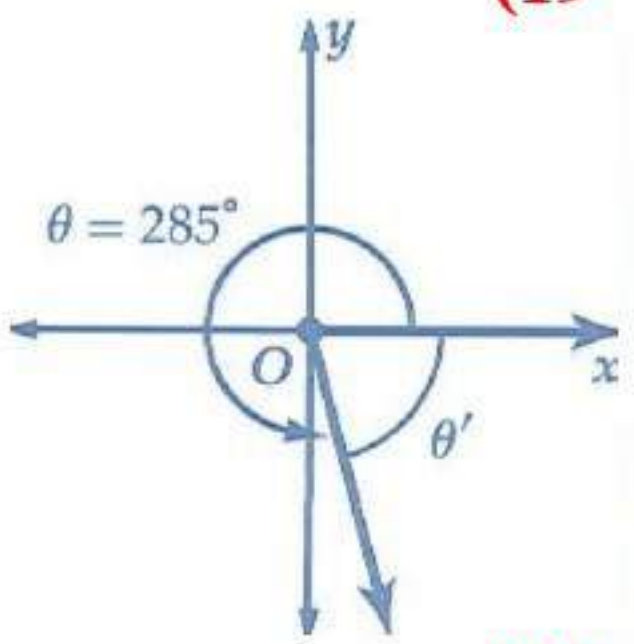
نفس طريقة حل السؤال السابق

ارسم كلاً من الزوايا الآتية في الوضع القياسي، ثم أوجد الزاوية المرجعية لها .

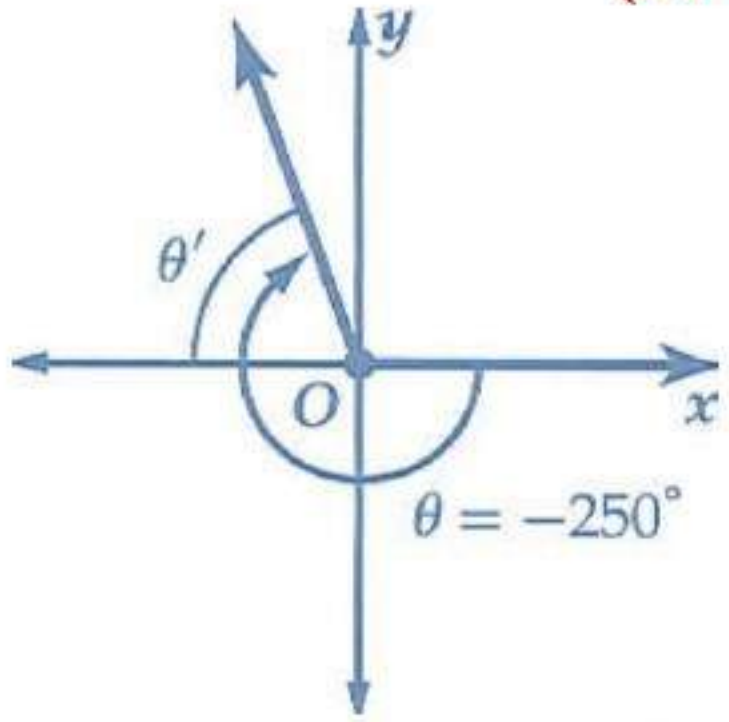
18)



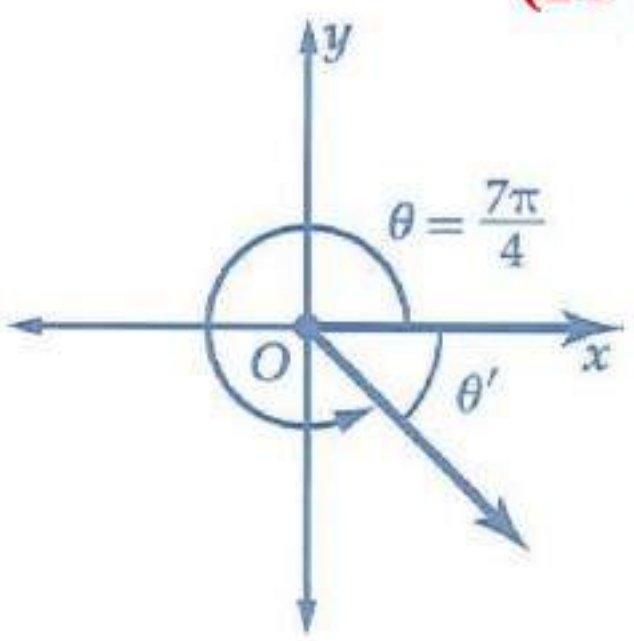
(19



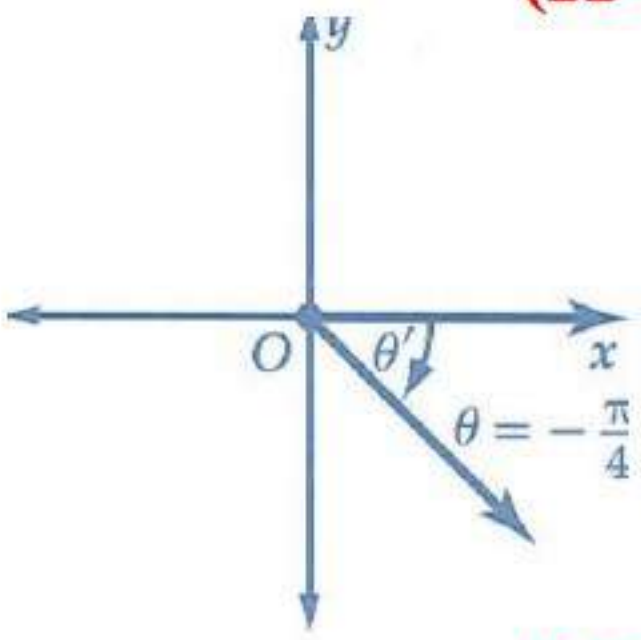
(20



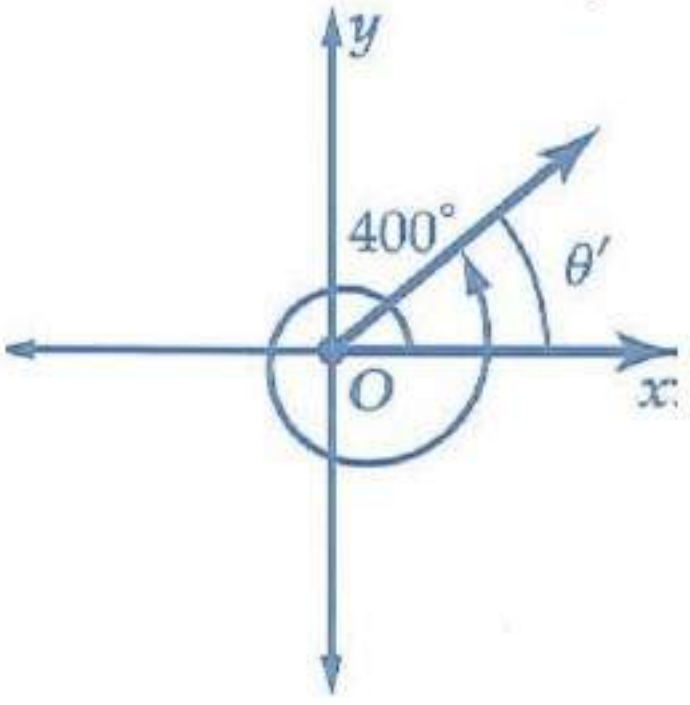
(2_



(22



(23



أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يأتي:

24) -0.5

25) -1

26) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

27) $-\sqrt{2}$

28) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

29) $\frac{1}{2}$

30) 1

31) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

32) كرة قدم:

a) 26^o , $\tan 26 = \frac{2.1}{x}$

b) 4.3 m

33) عجلات دوارة: 145.8 ft

افترض أن θ زاوية مرسومة في الوضع القياسي، وقد أعطي فيما يأتي قيمة إحدى الدوال المثلثية للزاوية θ والربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء لها . أوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الخمس الأخرى للزاوية θ .

34) $\sin\theta = \frac{4}{5}$، الربع الثاني

35) $\tan\theta = -\frac{2}{3}$، الربع الرابع

36) $\cos\theta = -\frac{8}{17}$، الربع الثالث

37) $\cot\theta = -\frac{12}{5}$، الربع الرابع

جد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يأتي:

38) 0

39) غير معرفة

40) $\frac{-1}{2}$

41) $\frac{-\sqrt{3}}{3}$

42) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

43) 1

مسائل مهارات التفكير العليا:

44) تحد: لا ، لان الزاوية المرجعية في هذه الحالة تكون 45^o وحتى يكون ا
موجبا والظل سالبا يجب أن تقع الزاوية المرجعية في الربع الثاني ولذلك فان قياس
الزاوية يجب أن يكون 135 أو أية زاوية لها ضلع الانتهاء نفسه

45) تبرير: غير صحيحة لان $3 \sin 60 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

بينما $\sin 180 = 0$

46) مسألة مفتوحة: $\Theta = -200^o$

47) اكتب: ارسم الزاوية وحدد الربع الذي تقع فيه الزاوية ثم استعمل القاعد
المناسبة لإيجاد

تدريب على اختبار:

48) 108

49) $35 - 12i$ (D

راجعة تراكمية:

ول قياس كل زاوية فيما يأتي المكتوبة بالراديان إلى الدرجات:

50) 240^o

51) 330^o

52) -765^o

حُل كلاً من المعادلات الآتية:

53) 40.1°

54) 3

55) 66^o

أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

56) 6

57) 9

58) -4

4-4 قانون الجيوب
Law of Sines

تحقق من فهمك:

1) $102\ m^2$

2) $N=73^o\ ,\ p=3.5\ ,\ q=4.7$

حدد إن كان لكل مثلث مما يأتي حل واحد، أم حلان، أم ليس له حل . أوجد الحلول، مقرباً أطول الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة .

a) ليس له حل

b) حل واحد $P=18^o\ ,\ M=130^o\ ,\ m=10.1$

c) حلان $B=61^o\ ,\ C=72^o\ ,\ c=19.5$

$B=119^o\ ,\ C=14^o\ ,\ c=5$

4) $85.8\ ft$

تأكد:

في الأسئلة (4 – 1)، أوجد مساحة المثلث ABC، مقربة إلى أقرب جزء من
إذا لزم.

١) $27.9\ mm^2$

٢) $3\ yd^2$

٣) $21.2\ cm^2$

٤) $175.4\ in^2$

في الأسئلة (7 – 5)، حل كل مثلث . قرب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من
عشرة:

٥) $E=107^o , d=7.9 , f=7$

٦) $C=33^o , a=6.9 , c=4.9$

٧) $F=60^o , f=12.3 , h=9.1$

دد إن كان للمثلث ABC في كل مما يأتي حل واحد، أم حلان، أم ليس له حل .
جد الحلول، مقرباً أطول الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى
رب درجة.

٨) حل واحد: $B=39^o , C=46^o , c=13.7$

٩) لا يوجد حل

١٠) حلان : $B=65^o , C=81^o , c=14.1$

$B=115^o , C=31^o , c= 7.4$

١١) حل واحد: $B=90^o , C=60^o , c=5.2$

١٢) فضاء: $3\ km$

تدرب وحل المسائل:

في الأسئلة (19 – 13) ، أوجد مساحة كل من المثلثات الآتية إلى أقرب جزء ا عشرة:

١٣) $10.6\ km^2$

١٤) $126.1\ ft^2$

١٥) $74.1\ cm^2$

١٦) $5.9\ ft^2$

١٧) $66.9\ in^2$

١٨) $65.2\ m^2$

١٩) $5.6\ cm^2$

في الأسئلة (26 – 20)، حُل كل مثلث . قرب إلى أقرب جزء من عشرة .

٢٠) $C=30^o , b=11.1 , c=5.8$

٢) $R=80^o , r=17.5 , t=14.2$

٢) $L=74^o , m=4.9 , n=3.1$

٢) $K=107^o , j=13.3 , k=37.1$

٢) $N=14^o , p=86 , q=76.3$

٢٥) $B=63^o , b=2.9 , c=3$

٢٦) $A=20^o , a=22.1 , c=39.8$

حدد إن كان للمثلث ABC في كل مما يأتي حل واحد، أم حلان، أم ليس له حل . أوجد الحلول، مقرباً أطول الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة

27) حل واحد: $B=25^o , C=55^o , c=5.8$

28) حلان: $B=49^o , C=56^o , c=12$

29) حل واحد: $B=32^o , C=110^o , c=32.1$

30) ليس لها حل

31) حلان: $B=53^o , C=85^o , c=7.4$

$B=127^o , C=11^o , c=1.4$

32) حلان: $B=71^o , C=65^o , c=18.3$

$B=109^o , C=27^o , c=9.1$

33) ليس له حل

34) حل واحد: $B=90^o , C=60^o , c=29.4$

جغرافيا:

35) 49^o

36) 208 km

37) تسلق: 19 ft

مسائل مهارات التفكير العليا:

38) اكتشف الخطأ: رضوان R زاوية حادة لذلك فان للمثلث حل واحد

39) تحد: متروك للطالب

40) مسألة مفتوحة: r=30 يجب أن يكون طول الضلع المقابل للزاوية R اقل من 33.6 حسب قانون الجيوب

تدريب على اختبار:

41) 2

42) B) $(x - 6)(x + 3)(x - 4)$

مراجعة تراكمية:

أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يأتي:

43) -0.5

44) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

4) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

جد زاوية بقياس موجب، وأخرى بقياس سالب مشتركتين في ضلع الانتهاء مع كل زاوية من الزوايا الآتية:

46) 485^o , -235^o

47) 328^o , -392^o

48) $\frac{8\pi}{3}$, $\frac{-4\pi}{3}$

أوجد مجموع كل من المتسلسلات الآتية (إن وجد):

49) 256

50) لا يوجد

51) لا يوجد

إذا كانت $w = 6, x = -4, y = 1.5, z = 3$، فأوجد قيمة كل عبارة مما يأتي:

52) 56.25

53) $61\frac{9}{16}$

54) 26

معمل الهندسة

توسع

4-4 مساحة متوازي الأضلاع
Area of Parallelogram

(١ .

(a 106.07 m^2

(b 57.4 m^2

(c 150m^2

(٢ .

(a 22.5 in^2

(b 11.65 in^2

(c 38.97 in^2

(٣ .

(a 19318.52 cm^2

(b 12175.23 cm^2

(c 10000 cm^2

اختبار منتصف الفصل

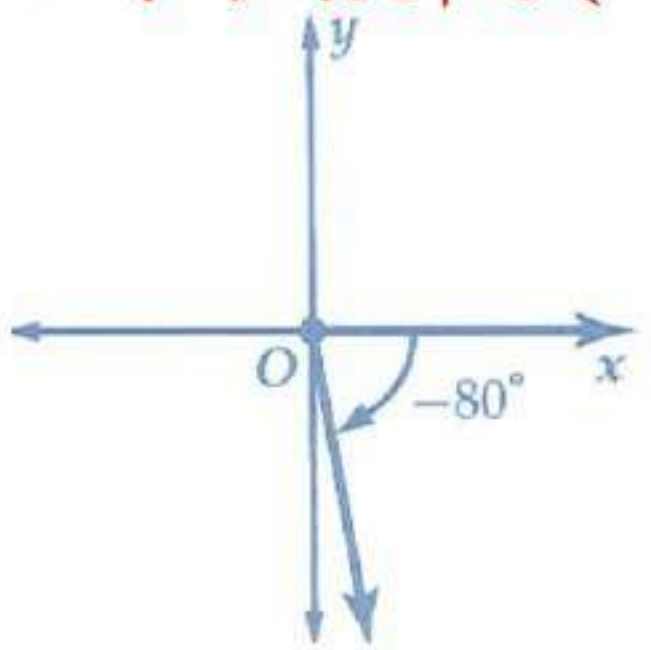
حُل المثلث XYZ في كل من السؤالين: 1, 2 وفق القياسات المعطاة قرب أطوال الأضلاع إلى أقر بجزء من عشرة .

1) $X=25^o$, y=34.3 , z=37.9

2) $Y=65^o$, y=17.2 , z=18.9

متروك للطالب

4) ارسم زاوية قياسها 80° – في الوضع القياسي .



حول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إل الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى الدرجات:

5) $\frac{43\pi}{36}$

6) $\frac{-35\pi}{18}$

7) 288^o

8) 810^o

9) اختيار من متعدد: C) 53.9 cm

أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية فيما يأتي:

10) 0

11) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بإحدى النقطتين الآتيتين في كل مرة، فأوجد القيم الدقيقة للدوال المثلثية الست للزاوية θ:

12)متروك للطالب

13) متروك للطالب

14) حديقة: 38.8 m2

حدد إن كان للمثلث ABC في كل مما يأتي حل واحد، أم حلان، أم ليس له حل . أوجد الحلول، مقرباً أطول الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة

15) متروك للطالب

1)ليس له حل

1) حل واحد: $B=37^o , C=28^o , c=6.2$

وجد زاوية بقياس موجب، وأخرى بقياس سالب مشتركتين في ضلع الانتهاء مع كل زاوية من الزوايا الآتية:

18) $600^o , -120^o$

19) $\frac{17\pi}{4} , \frac{-7\pi}{4}$

20) $\frac{7\pi}{4} , \frac{-9\pi}{4}$

21) اختيار من متعدد: D) الربع الأول أو الربع الرابع

4-5 قانون جيوب التمام
Law of Cosines

تحقق من فهمك:

1) $H=36^\circ$, $F=62^\circ$, $g=6.7$

2) $A=25^\circ$, $B=114^\circ$, $C=42^\circ$

3) ماراثون: 8.3 km

تأكد:

في الأسئلة (4 – 1)، حل كل مثلث . قرب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

(١ $A=36^\circ , C=52^\circ , b=5.1$

(٢ $A=112^\circ , B=40^\circ , C=28^\circ$

3) $A=18^\circ , B=29^\circ , C=133^\circ$

4) $A=48^\circ , C=22^\circ , b=7.6$

حدِّد أنسب طريقة يجب البدء بها (قانون الجيوب أم جيوب التمام) لحَلِّ كلِّ مثلَّث ممَّا يأتي، ثم حُلَّ المثلَّث مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

5) قانون الجيوب $B=40^\circ , C=33^\circ , c=6.8$

6) قانون جيب التمام $A=48^\circ , C=36^\circ , b=6.7$

) قانون جيوب التمام $S=31^\circ , T=114^\circ , r=10.1$

) كرة قدم: $12.9\ m$

تدرب وحل المسائل:

في الأسئلة (15 – 9)، حل كل مثلث . قرب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

9) $A=70^\circ , B-40^\circ , c=3$

10) $A=48^\circ , C=40^\circ , b=18.8$

11) $A=31^\circ , B=108^\circ , C=34^\circ$

12) $A=102^\circ , B=44^\circ , C=34^\circ$

13) $a=6.9 , B=41^\circ , C=23^\circ$

14) $c=8.9 , A=87^\circ , B=13^\circ$

15) $F=65^\circ , G=94^\circ , H=21^\circ$

16) $W=106^\circ , X=39^\circ , Y=35^\circ$

حدّد أنسب طريقة يجب البدء بها (قانون الجيوب أم جيوب التمام) لحَلِّ كلِّ مثلَّث ممَّا يأتي، ثم حُلَّ المثلَّث مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

17) قانون الجيوب $C=45^\circ , A=85^\circ , a=18.2$

18) قانون جيوب التمام $s=28.9 , R=42^\circ , T=32^\circ$

19) قانون جيب التمام $A=27^\circ , B=115^\circ , C=38^\circ$

20) قانون الجيوب $N=53^\circ , p=38.2 , m=28.4$

21) قانون الجيوب $A=17^\circ , B=79^\circ , b=6.9$

22) قانون جيوب التمام $H=48^\circ , J=25^\circ , K=107^\circ$

23) استكشاف: $514.2\ m$

24) سباق: $81^\circ , 36^\circ , 63^\circ$

25) أرض: $13148\ m^2$

26) ألعاب سيارات: $10.7\ m$

27) رياضة مائية: $8.9\ min$

في الأسئلة (30 – 28)، حل كل مثلث . قرب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة .

28) $B=39^\circ , C=37^\circ , c=7.7$

29) $R=107^\circ , S=48^\circ , q=16$

30) $F=42^\circ , G=72^\circ , H=66^\circ$

مسائل مهارات التفكير العليا:

31) **تحد:** متروك للطالب

32) **تبرير:** طول أطول الأضلاع 14.5 cm استعمل قانون جيوب التمام لإيجاد قياس الزاوية المقابلة وتساوي 102°

33) **اكتب:** يمكنك استعمال قانون الجيوب لحل المثلث عندما يكون معلوما لديك قياس زاويتين وطول احد الأضلاع أو طولا ضلعين وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما ويمكنك استعمال قانون جيوب التمام لحل المثلث عندما يكون معلوما لديك طولا ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما أو أطوال أضلاع المثلث الثلاثة

تدريب على اختبار:

34) إجابة قصيرة: $4\ ,\ \frac{23}{15}$

35) هندسة:

36) C

راجعة تراكمية:

جد مساحة المثلث ABC في كل مما يأتي مقربة إلى أقرب جزء من عشرة .

36) $65.2\ cm^2$

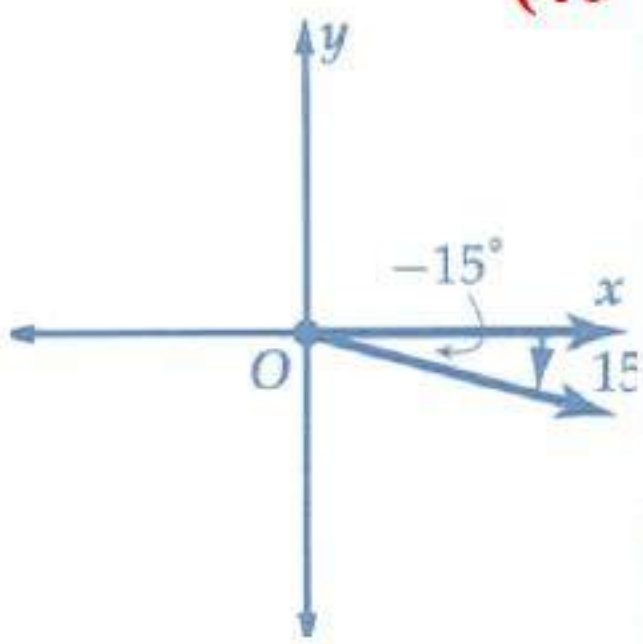
37) $7.5\ m^2$

38) $35.1\ km^2$

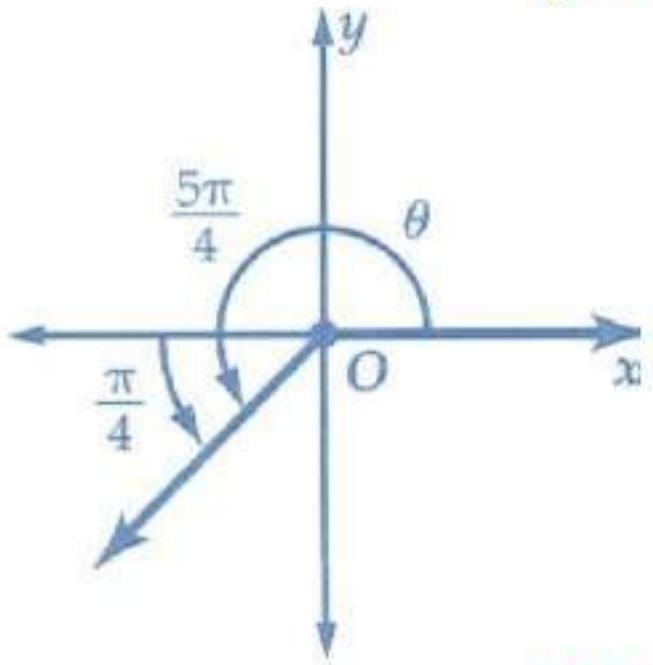
39) متروك للطالب

ارسم الزوايا الآتية في الوضع القياسي، ثم أوجد الزاوية المرجعية لكل منها .

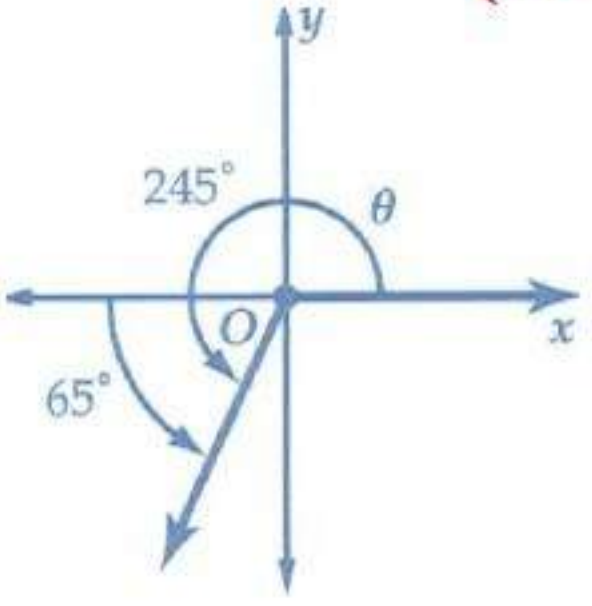
(40



(41



(42

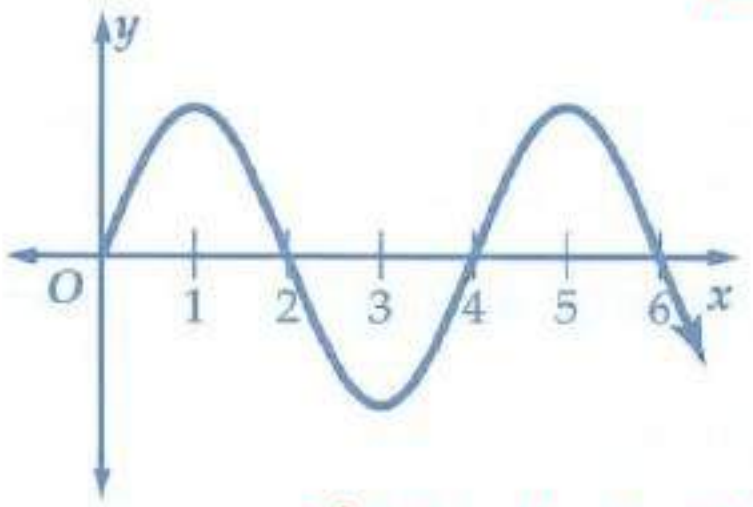


4-6 الدوالّ الدائرية
Circular Functions

تحقق من فهمك:

1) $\sin\Theta=\frac{-4}{5}$, $\cos\Theta=\frac{3}{5}$

2)

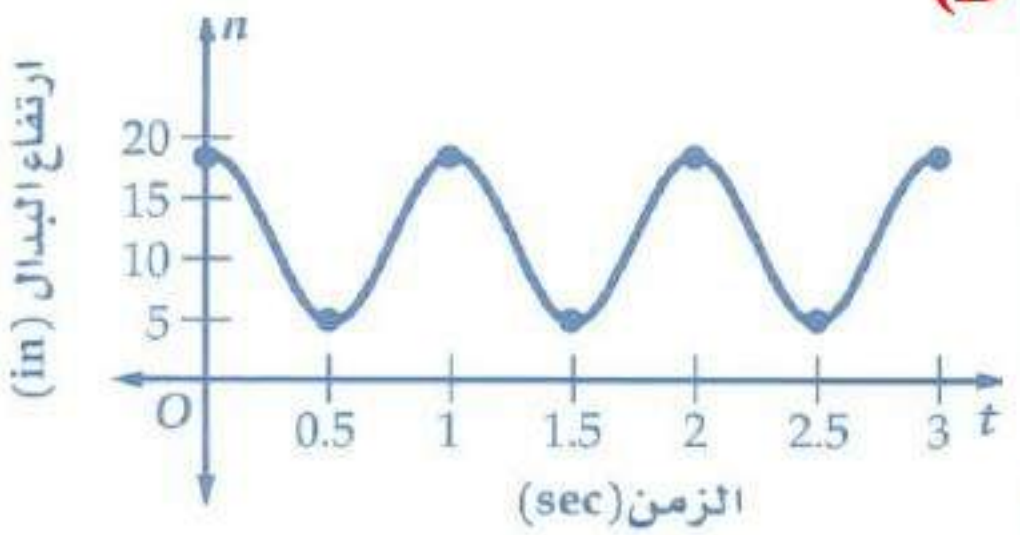


3) دراجات هوائية:

A)

الزمن (sec)	الارتفاع (in)
0	18
0.5	4
1.0	18
1.5	4
2.0	18
2.5	4
3.0	18

B)



تحقق من فهمك:

4A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

4B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

تأكد:

إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الو في النقطة P . فأوجد كلاً من sin θ , cos θ في كل مما يأتي:

1) $\sin\Theta=\frac{8}{17}$, $\cos\Theta=\frac{15}{17}$

2) $\sin\Theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\Theta=\frac{-\sqrt{2}}{2}$

أوجد طول الدورة لكل من الدالتين الآتيتين .

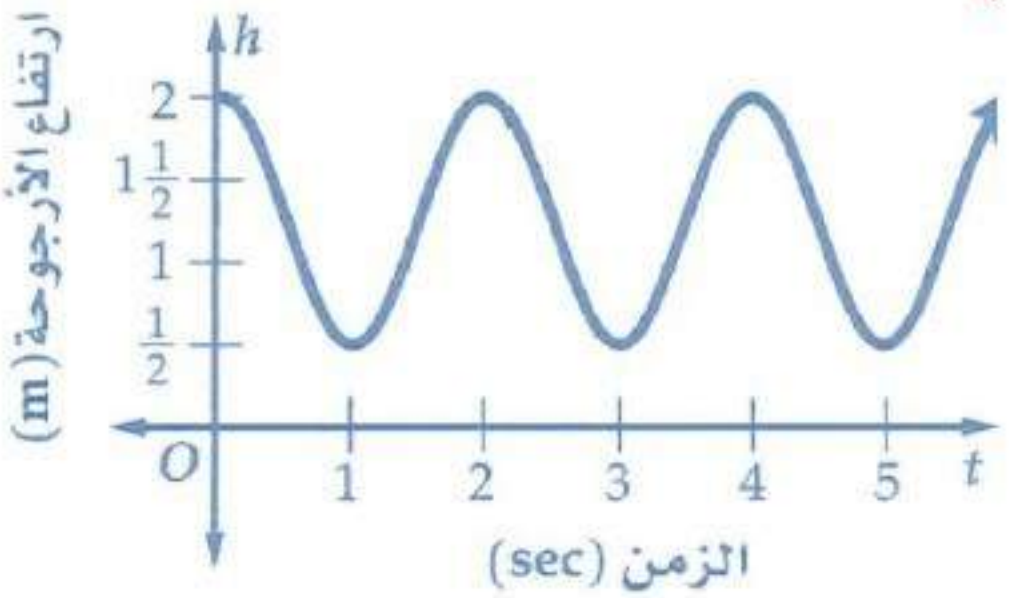
3) 2

4) 4π

5) أرجوحة:

a) 2 sec

b)



أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مما يأتي:

6) $\frac{1}{2}$

7) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

8) -1

تدرب وحل المسائل:

إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يقطع دائرة الو في النقطة P . فأوجد كلاً من sin θ , cos θ في كل مما يأتي:

9) $\sin\Theta=\frac{-4}{5}$, $\cos\Theta=\frac{3}{5}$

10) $\sin\Theta=\frac{-12}{13}$, $\cos\Theta=\frac{-5}{13}$

11) $\sin\Theta=\frac{1}{2}$, $\cos\Theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$

12) $\sin\Theta=\frac{\sqrt{19}}{5}$, $\cos\Theta=\frac{\sqrt{6}}{5}$

أوجد طول الدورة لكل من الدوال الآتية .

13) 3

14) 8

1: 180^{o}

1(2π

1') العجلة الدوارة:

a)

b) 12 شهرا أو سنة واحدة

أوجد القيم الدقيقة لكل دالة مثلثية مما يأتي:

18) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

19) $\frac{\sqrt{1}}{2}$

20) 0

21) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

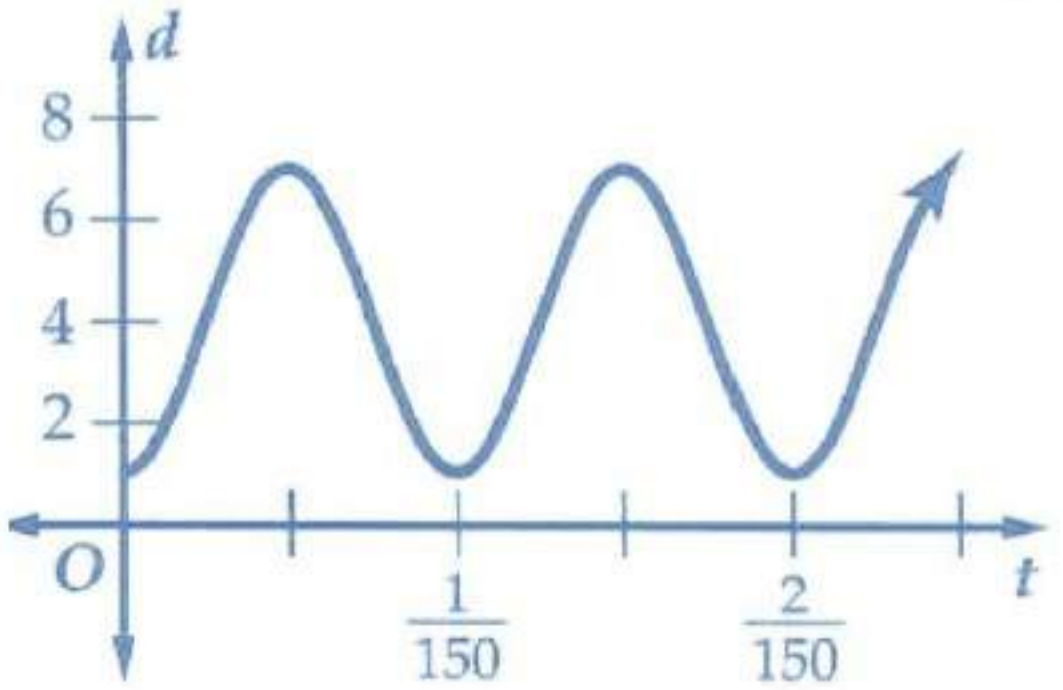
22) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

23) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

24) محركات:

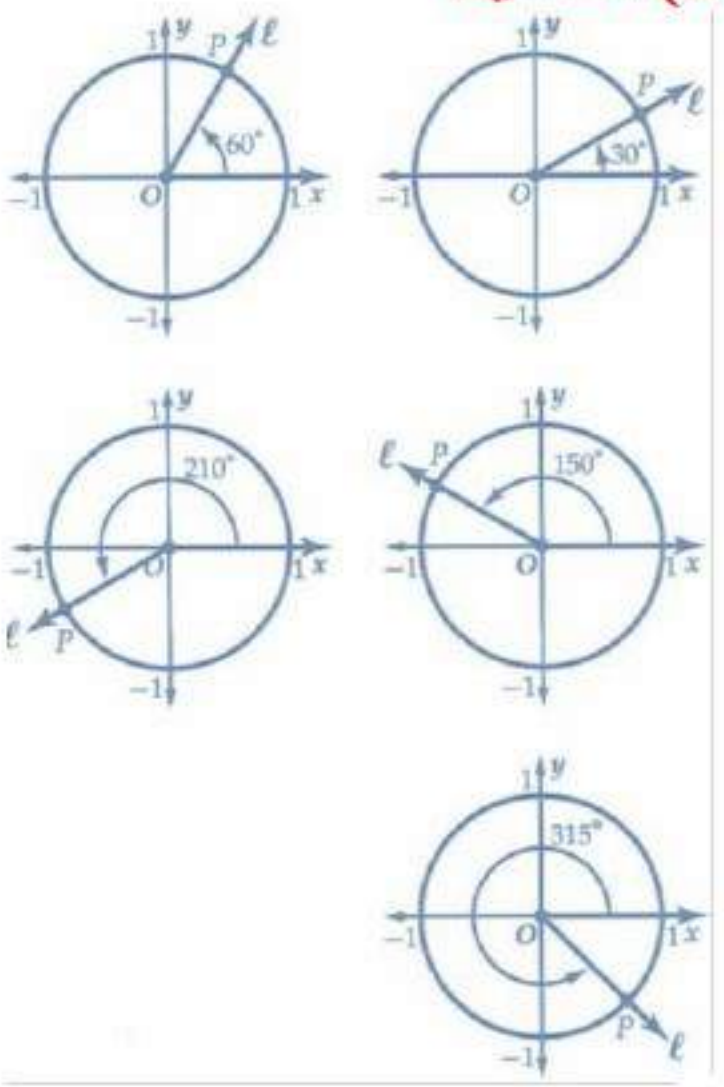
a) $\frac{1}{150}$.

b)



25) تمثيلات متعددة:

a) هندسياً:



) جدولياً:

الزاوية	الميل
30	0.6
60	1.7
120	−1.7
150	−0.6
210	0.6
315	−1

c) تحليلياً: متروك للطالب

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

26) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$

27) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

28) $\frac{-5\sqrt{3}}{2}$

29) $\frac{-1}{2}$

30) 1

31) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

مسائل مهارات التفكير العليا:

32) اكتشف الخطأ: نواف ، قام خالد بكتابة علاقة غير صحيحة

33) تحد: -60^{o}

34) تبرير: أحيانا يمكن لطول الدورة في دالة الجيب أم يساوي $\frac{\pi}{2}$ وهي ليست من مضاعفات π

35) اكتب: طول دورة الدالة الدورية هو اصغر مسافة أفقية للجزء المتكرر في التمثيل البياني للدالة ويمثل هذا الجزء دورة واحدة

تدريب على اختبار:

36) A) 5

37) هندسة: D) 24

مراجعة تراكمية:

ل كلاً من المثلثات الآتية: قرب أطوال الأضلاع إلى أقرب عُشر، وقياسات الزوايا ى أقرب درجة .

دد إذا كان للمثلث في كل مما يأتي حل واحد، أم حلان، أم ليس له حلول. أوجد حلول، مقرباً أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

38) $A=34^{o}$, $C=64^{o}$, $c=12.7$

39) $a=16.1$, $B=49^{o}$, $C=21^{o}$

40) $B=33^{o}$, $C=29^{o}$, $c=9.9$

41) لا يوجد حل

42) حل واحد $B=35^{o}$, $C=39^{o}$, $c=13.7$

43) حل واحد $B=31^{o}$, $C=39^{o}$, $c=6$

بسط كلاً مما يأتي:

44) 960

45) 108

46) 120

4-7 تمثيل الدوالّ المثلّثيّة
Graphing Trigonometric Functions

تحقق من فهمك:

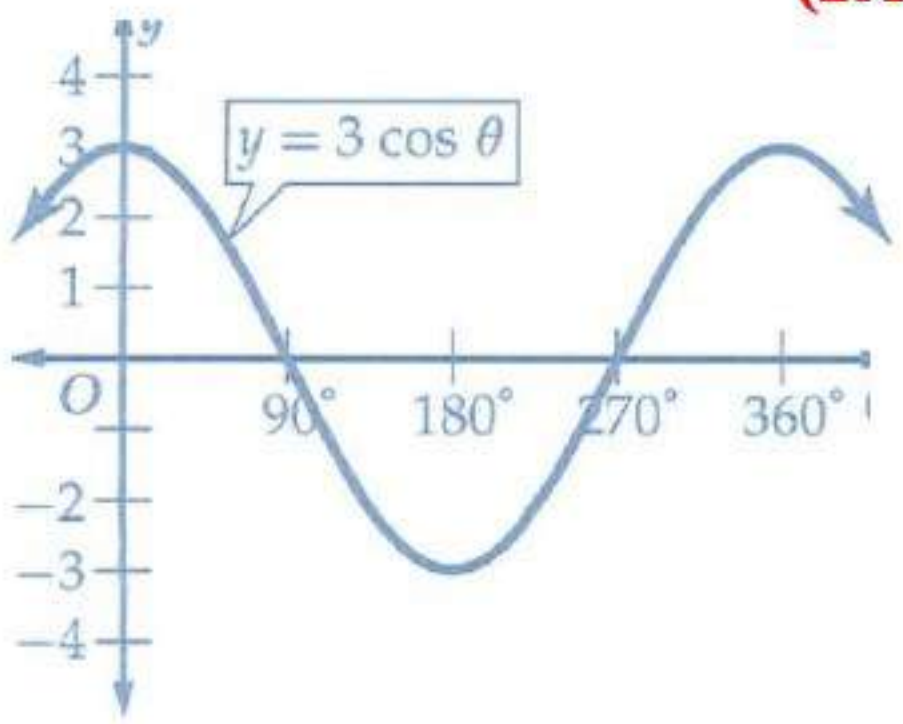
أوجد السعة وطول الدورة لكل دالة فيما يأتي:

(1A السعة=1، طول الدورة 720°

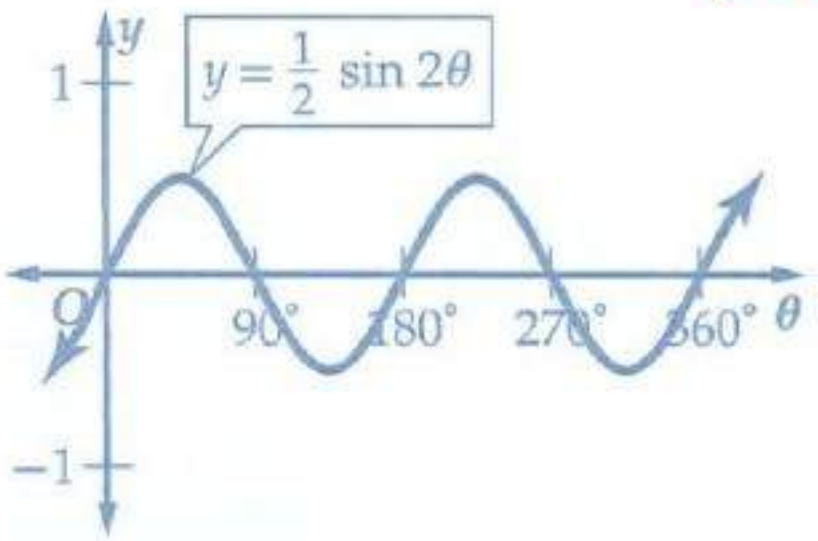
(1B السعة=3، طول الدورة 72°

مثل كلاً من الدالتين الآتيتين بيانياً:

(2A



(2B



3) أصوات:

(A

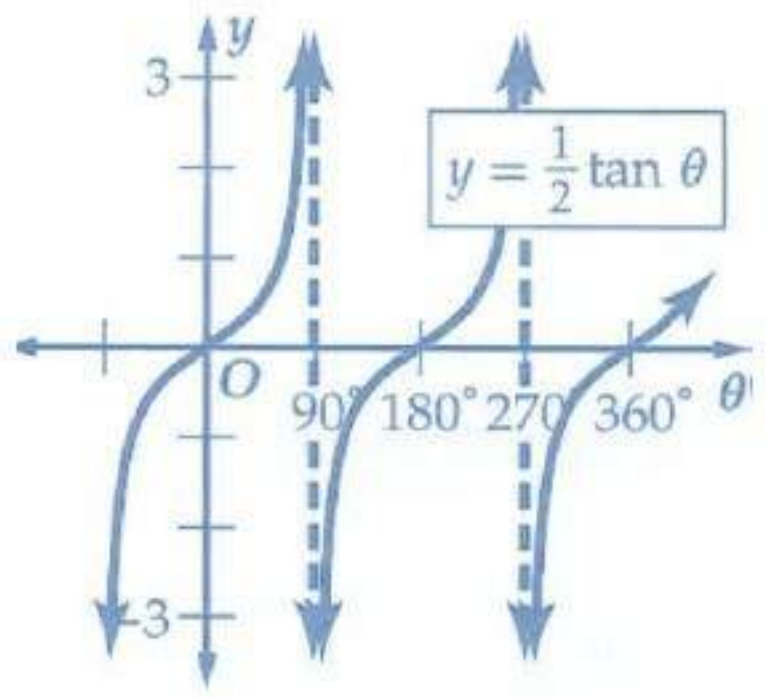
$\frac{1}{20}$**=0.05 sec**

(B

y=cos 40πt

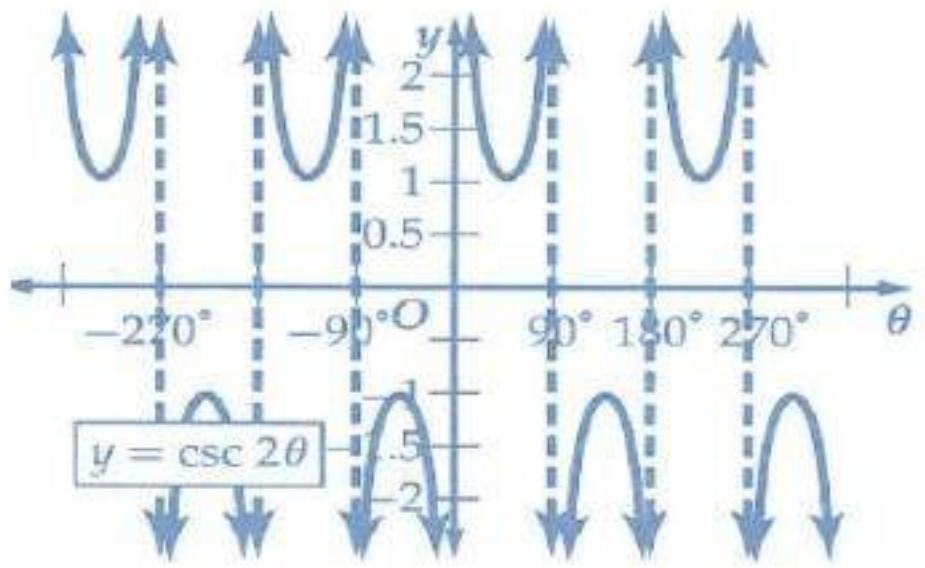
(4

طول الدورة: 180°



(

طول الدورة: 180°

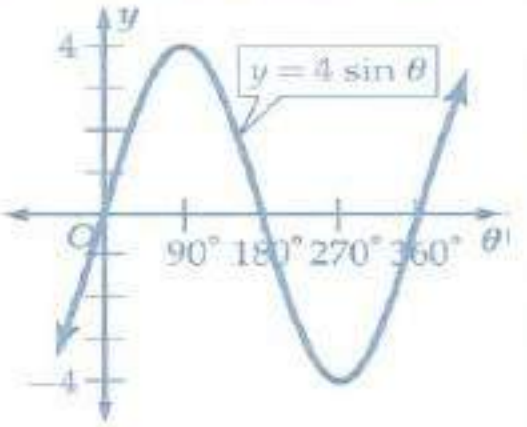


تأكد:

أوجد السعة وطول الدورة لكل دالة مما يأتي، ثم مثلها بيانياً:

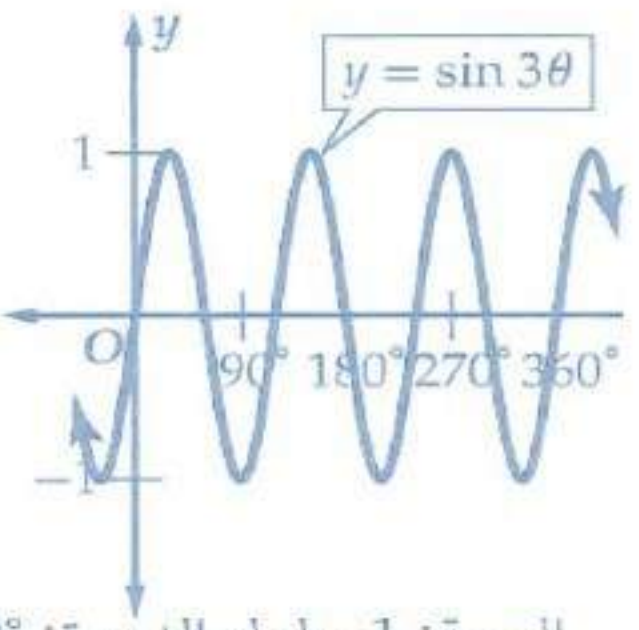
1)

السعة: 4، طول الدورة: 360°

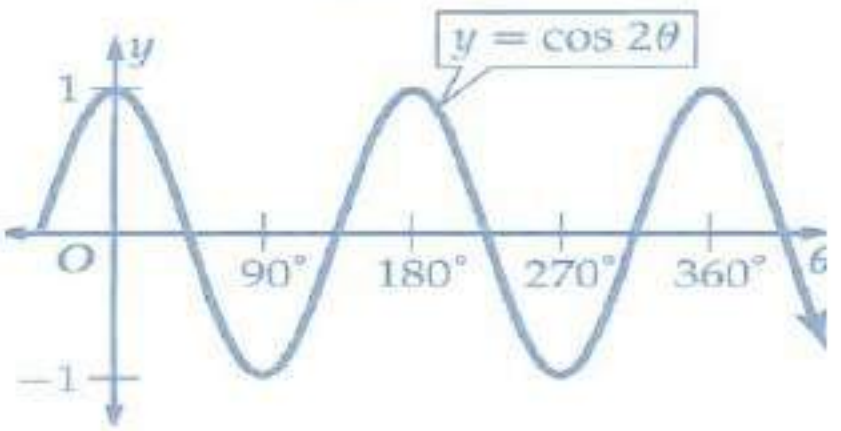


2)

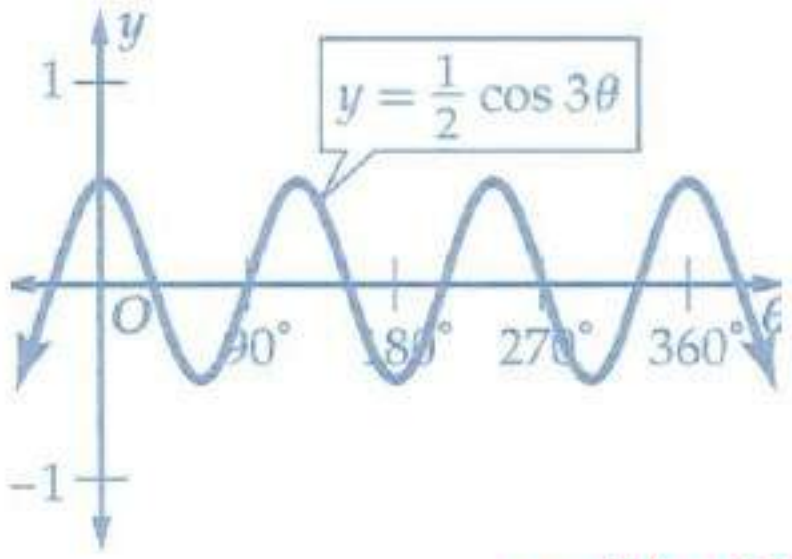
السعة: 1، طول الدورة: 120°



السعة: 1، طول الدورة: 180°



السعة: $\frac{1}{2}$ ، طول الدورة: $120°$

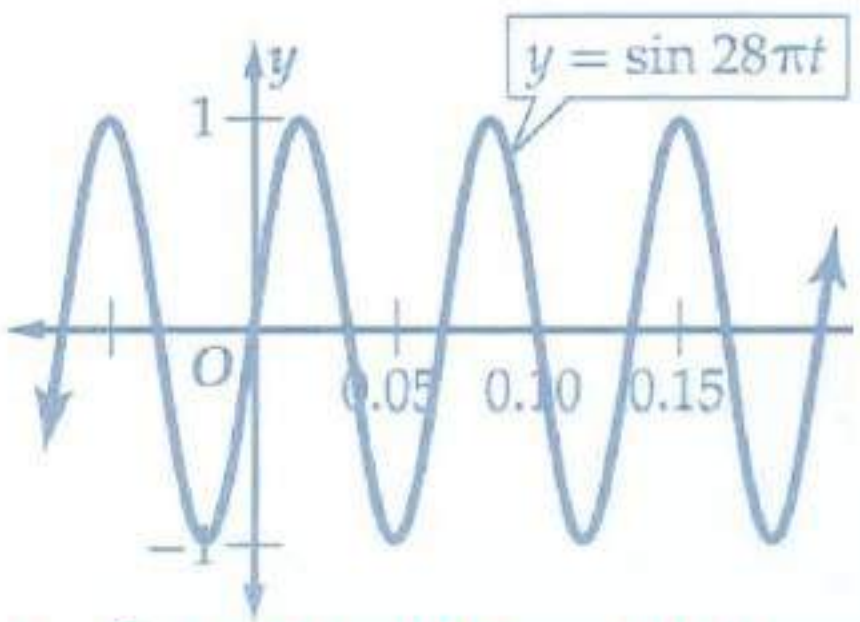


5) عناكب:

a) $\frac{1}{14}$=0.07 sec

b)

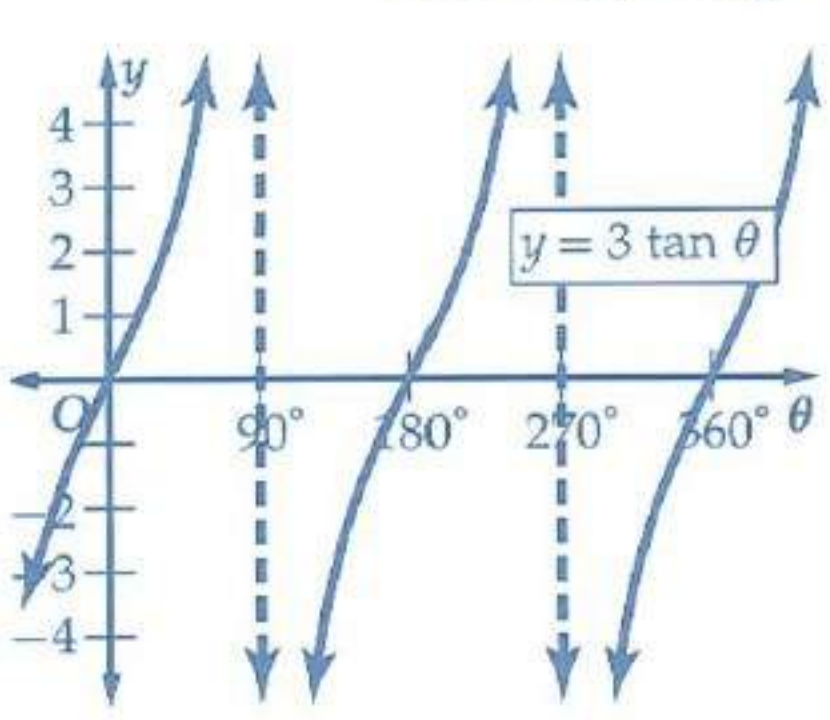
$y = \sin 28\pi t$



أوجد طول الدورة لكل دالة مما يأتي، ثم مثلها بيانياً:

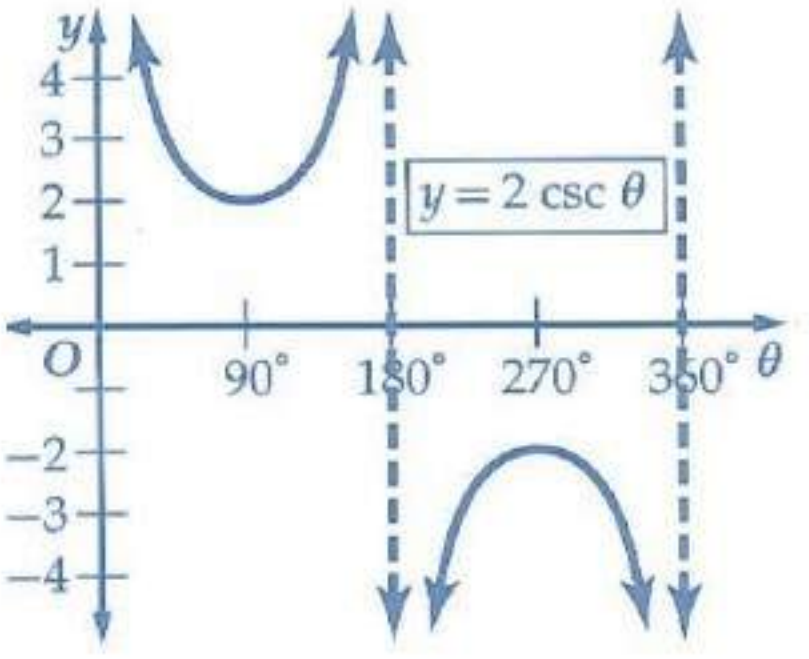
6)

طول الدورة: $180°$

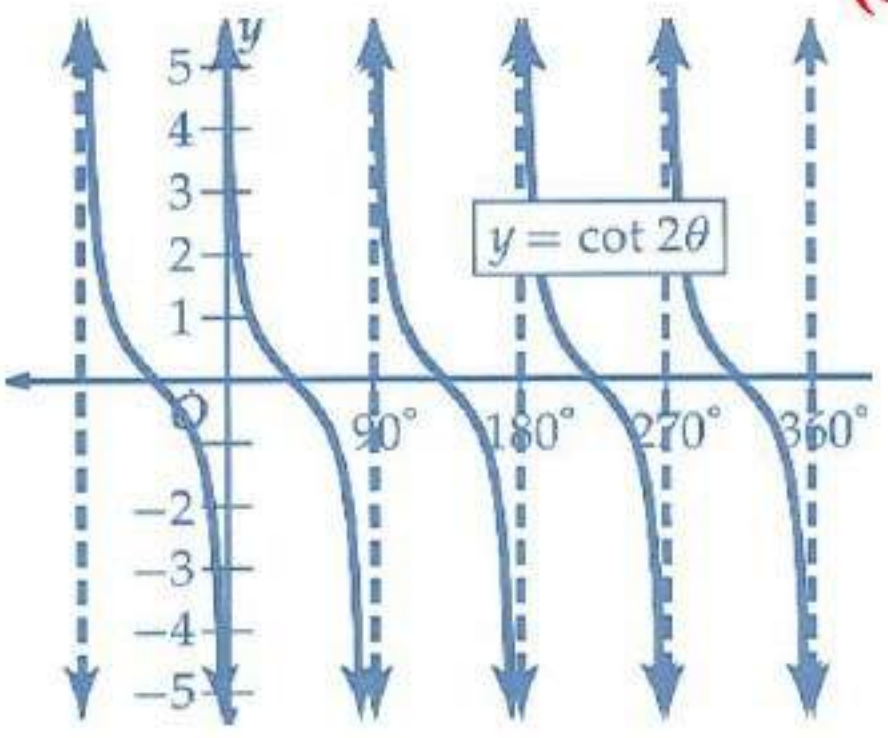


(7

طول الدورة: $360°$



(8

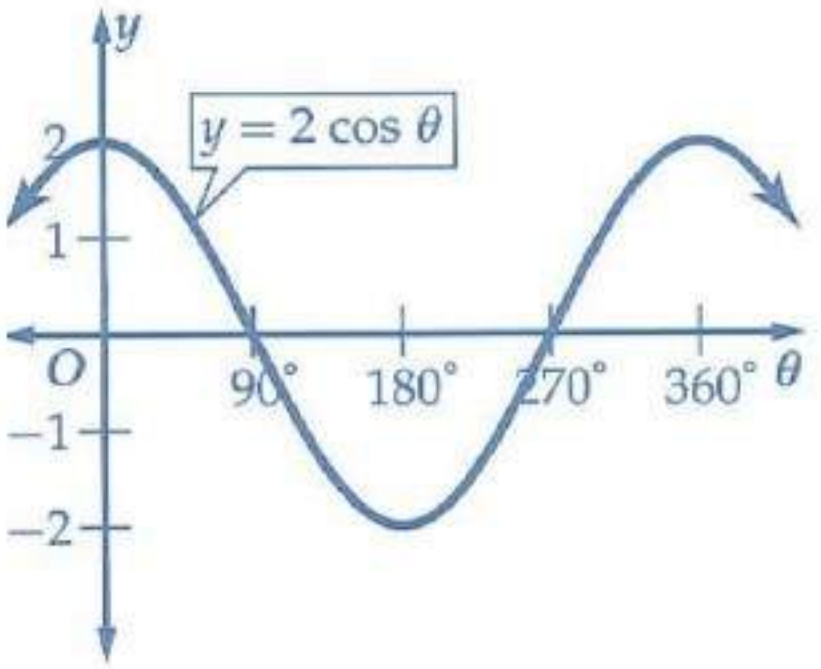


تدرب وحل المسائل:

أوجد السعة وطول الدورة لكل دالة فيما يأتي، ثم مثلها بيانياً:

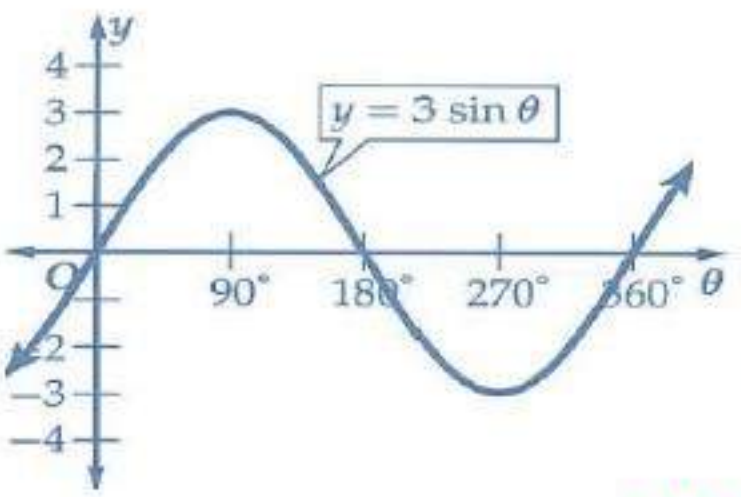
9)

السعة: 2؛ طول الدورة: 360°



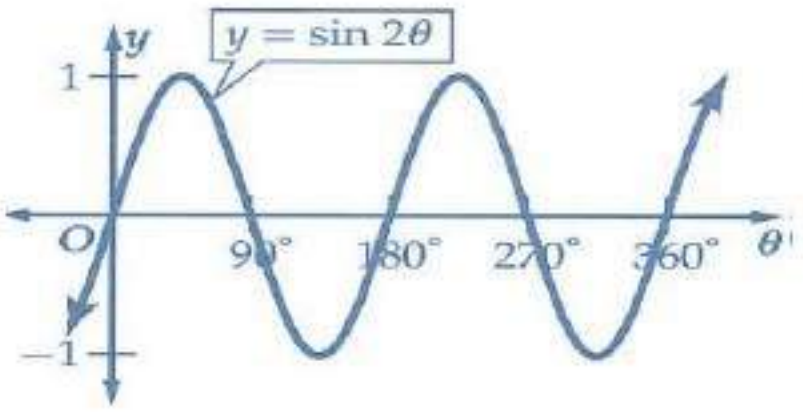
10)

سعة: 3؛ طول الدورة: 360°



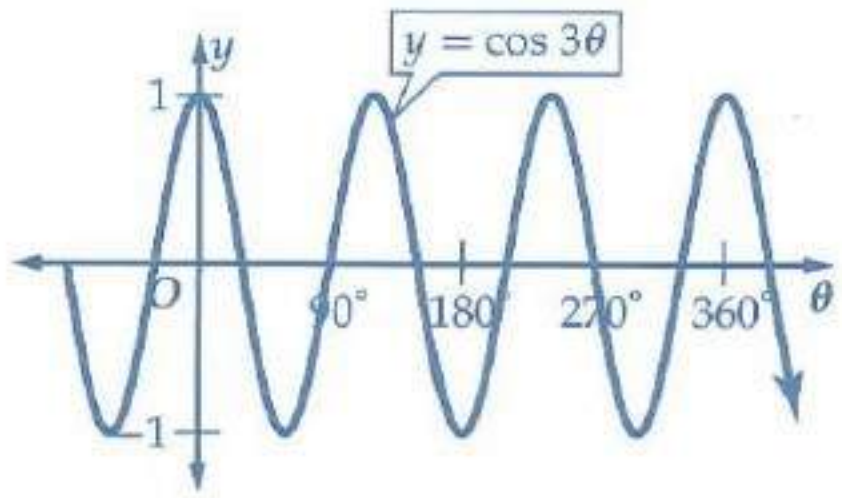
11)

السعة: 1؛ طول الدورة: 180°



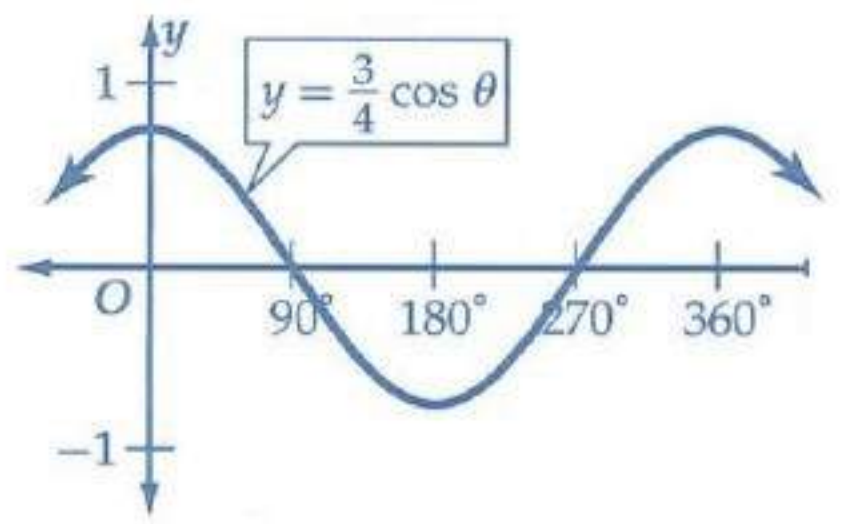
(12

السعة: 1؛ طول الدورة: $120°$



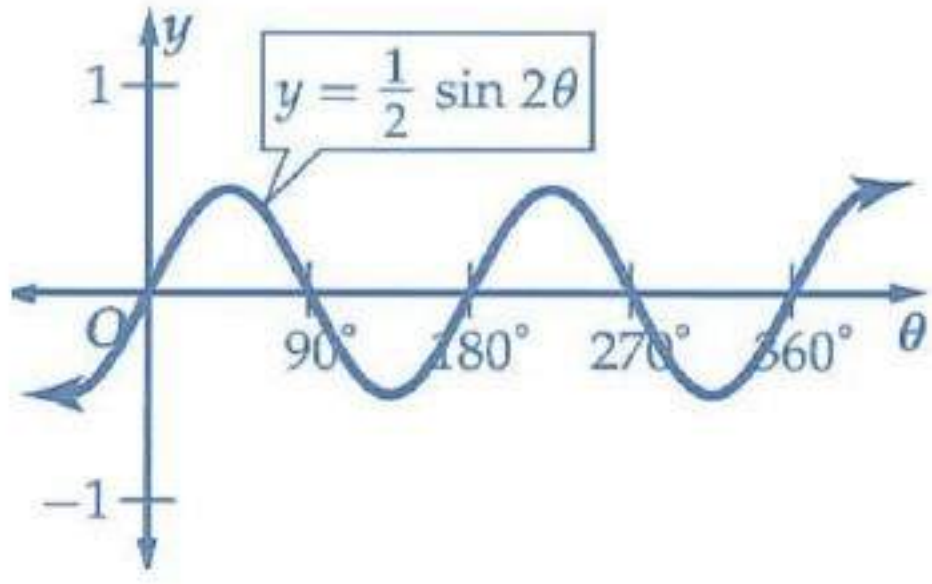
(13

السعة: $\frac{3}{4}$ ؛ طول الدورة: $360°$



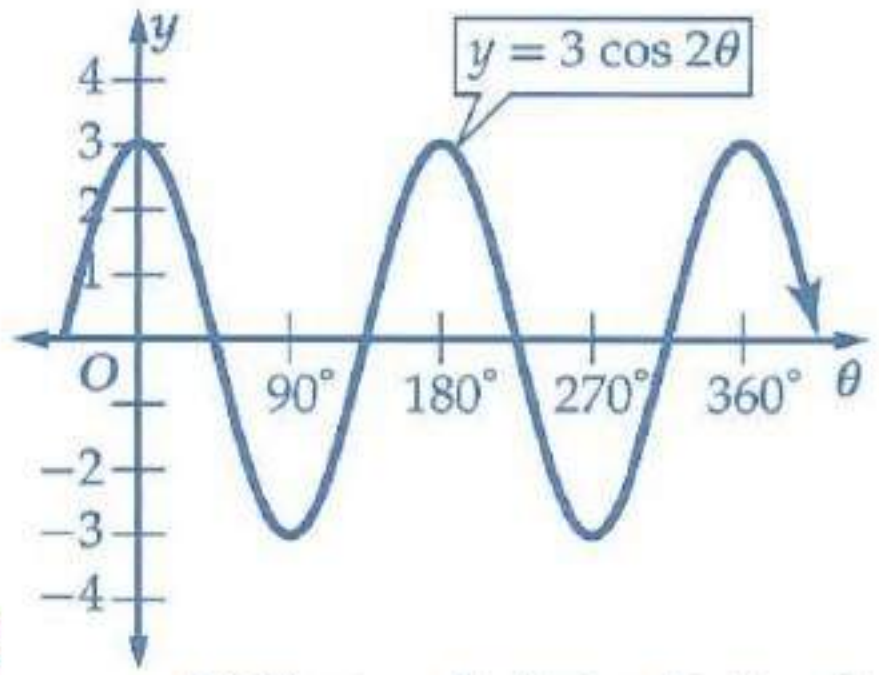
(14

السعة: $\frac{1}{2}$؛ طول الدورة: $180°$



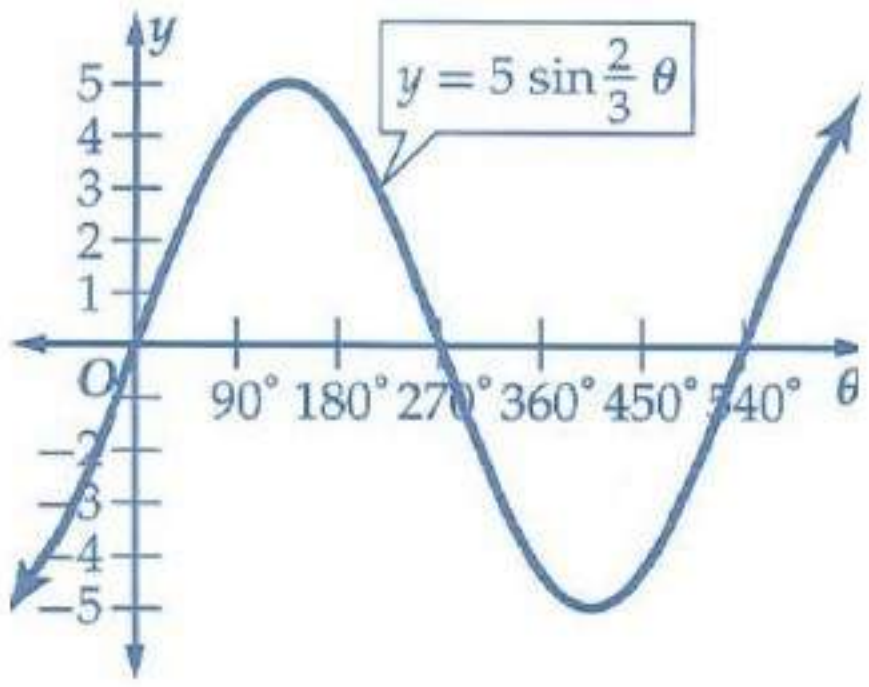
(15

السعة: 3؛ طول الدورة: $180°$

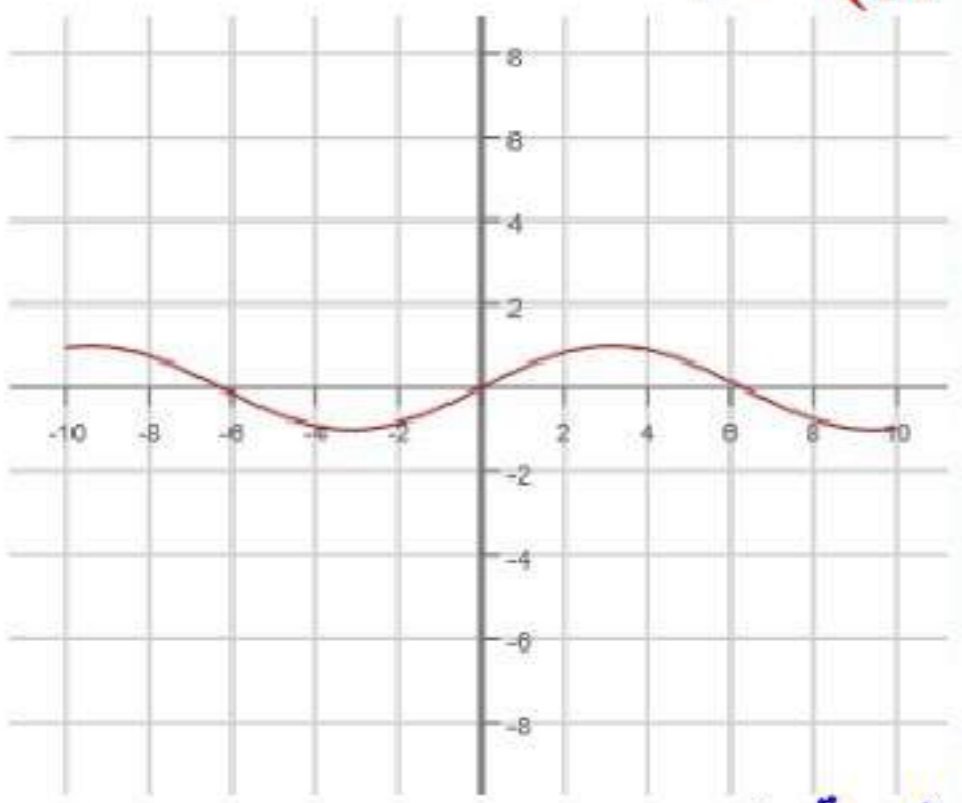


(16

السعة: 5؛ طول الدورة: $540°$



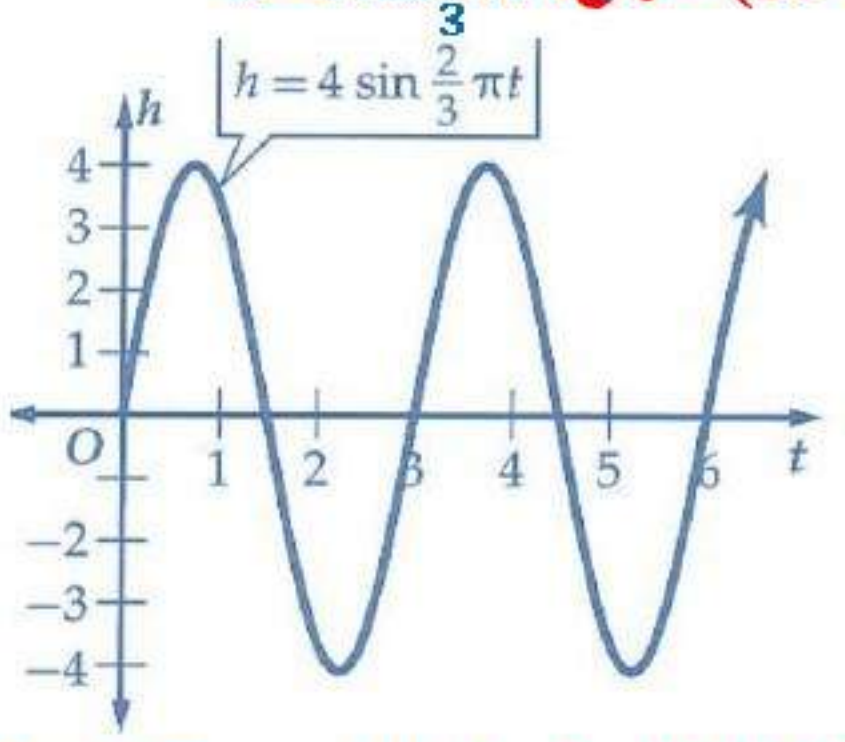
(17 $y = \sin\frac{x}{2}$



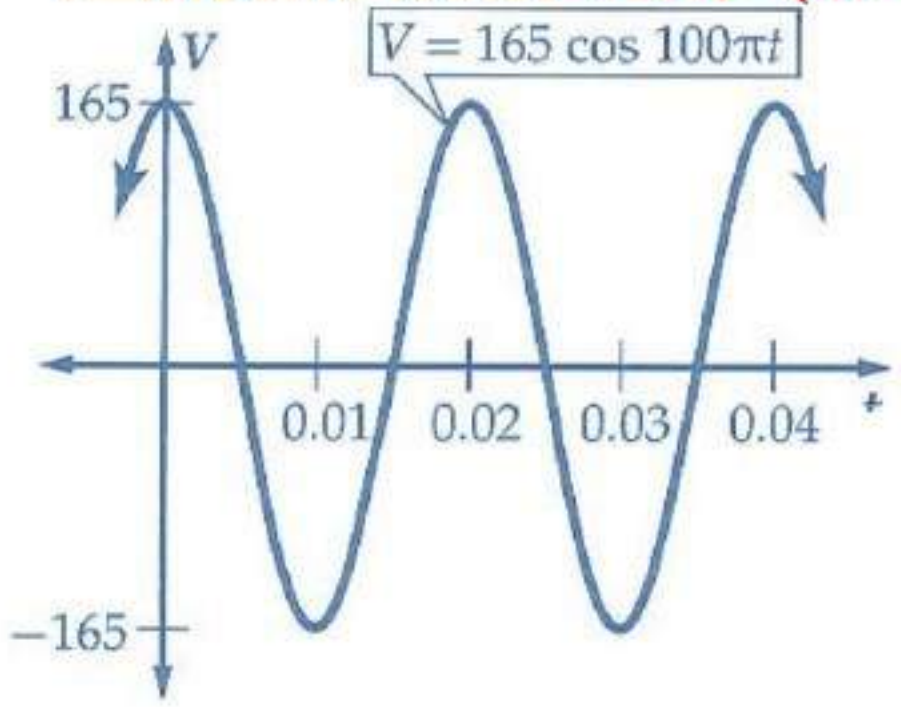
السعة: 1

طول الدورة: $720°$

18) الموج: $h=4\sin\frac{2}{3}\pi t$



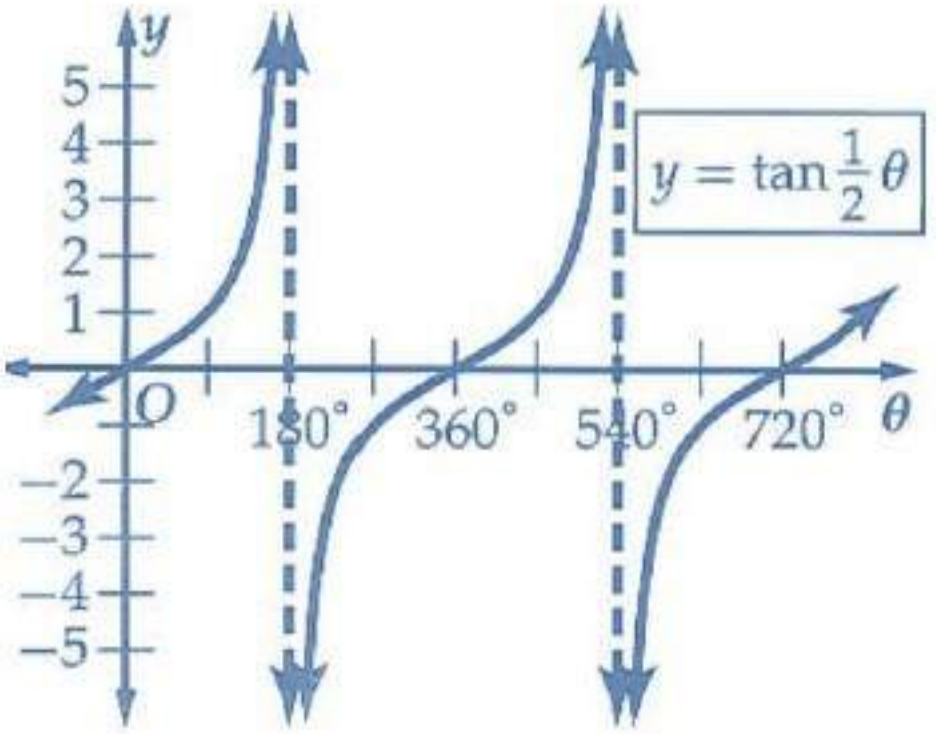
19) كهرباء: $V=165\cos 100\pi t$



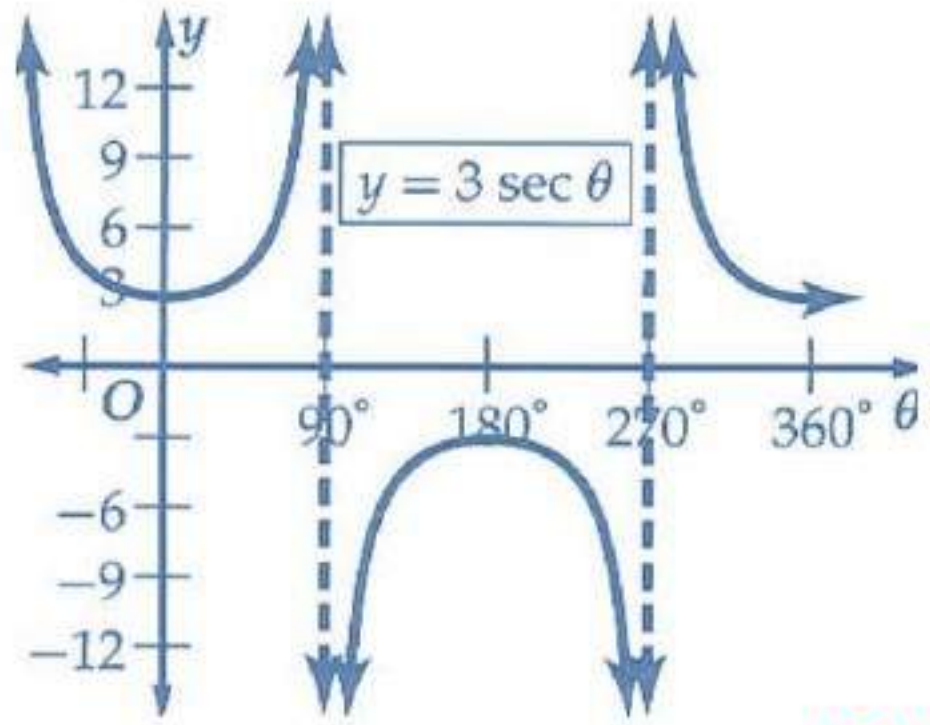
أوجد طول الدورة لكل دالة مما يأتي، ثم مثلها بيانياً:

20)

طول الدورة: $360°$

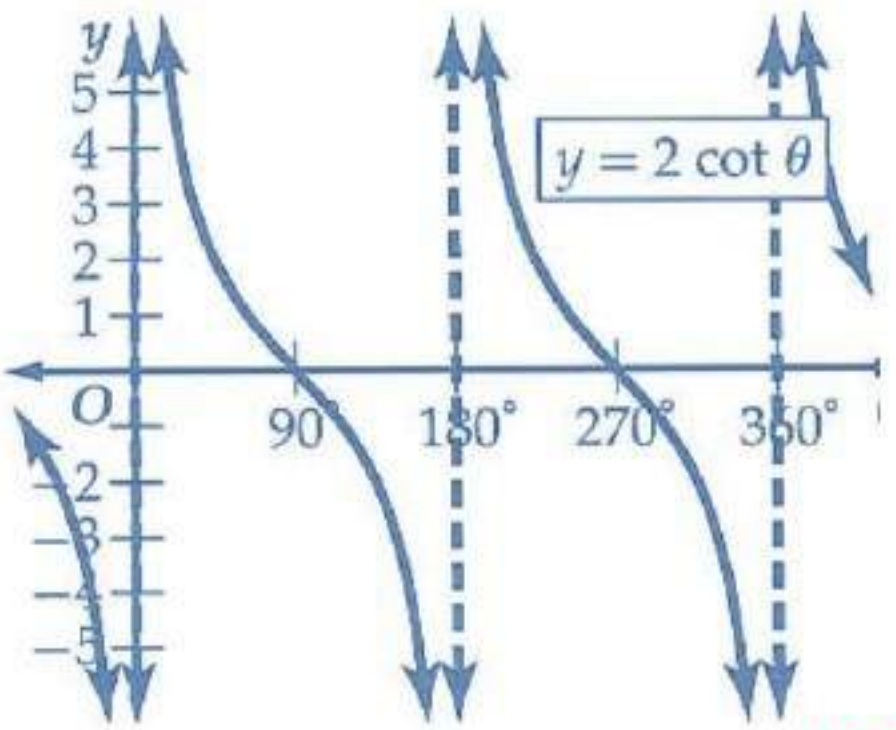


طول الدورة: $360°$



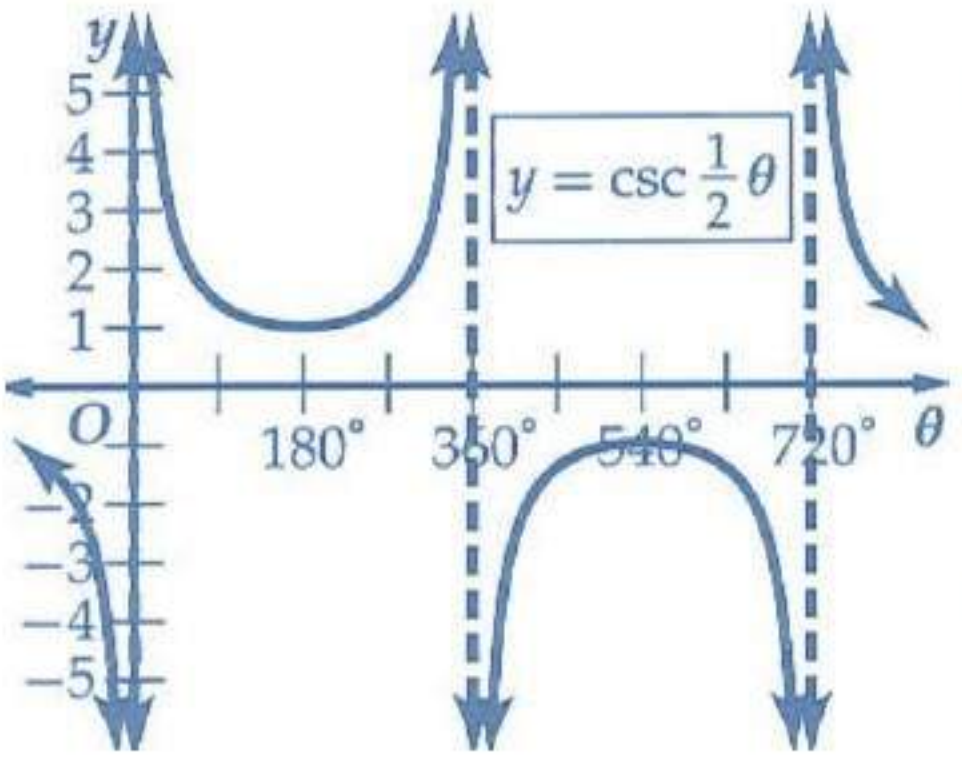
(22

طول الدورة: $180°$



(23

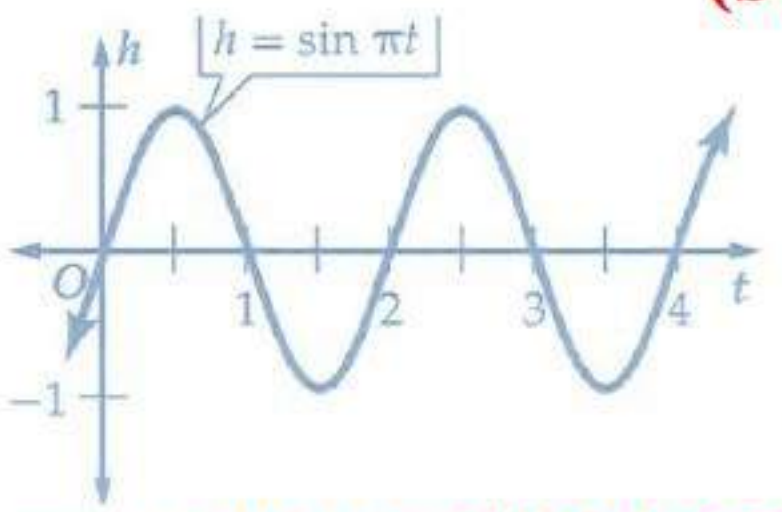
طول الدورة: $720°$



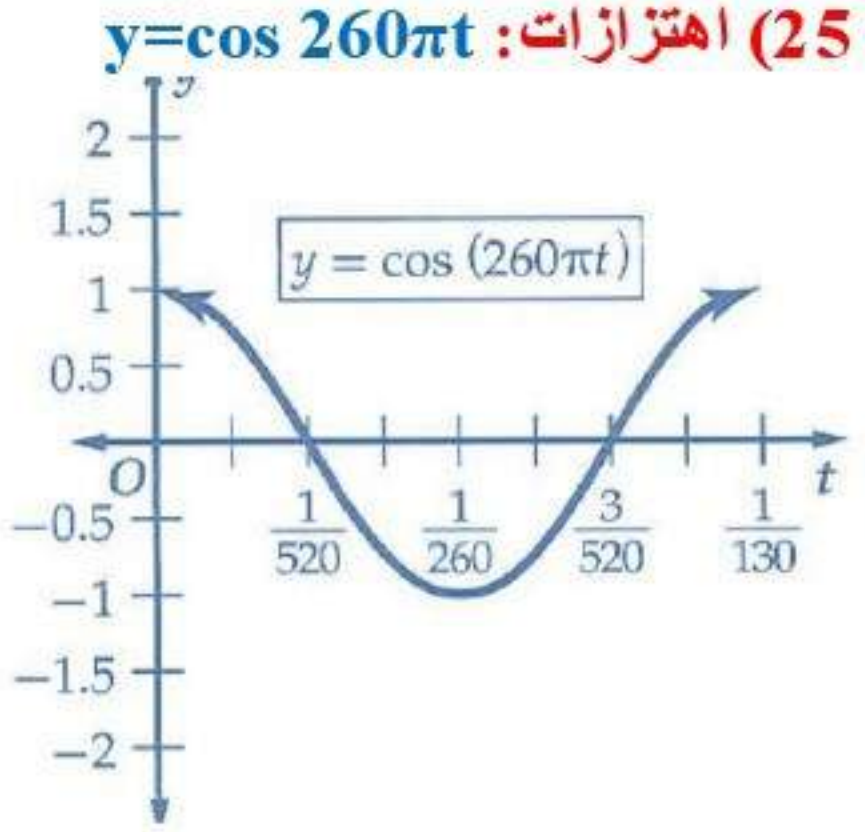
(24

h=sin πt (a

(b



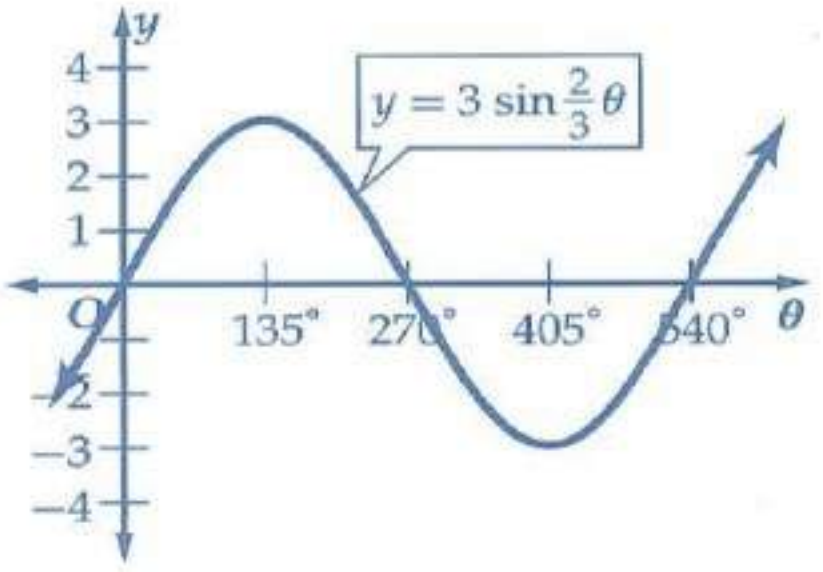
25) اهتزازات: y=cos 260πt



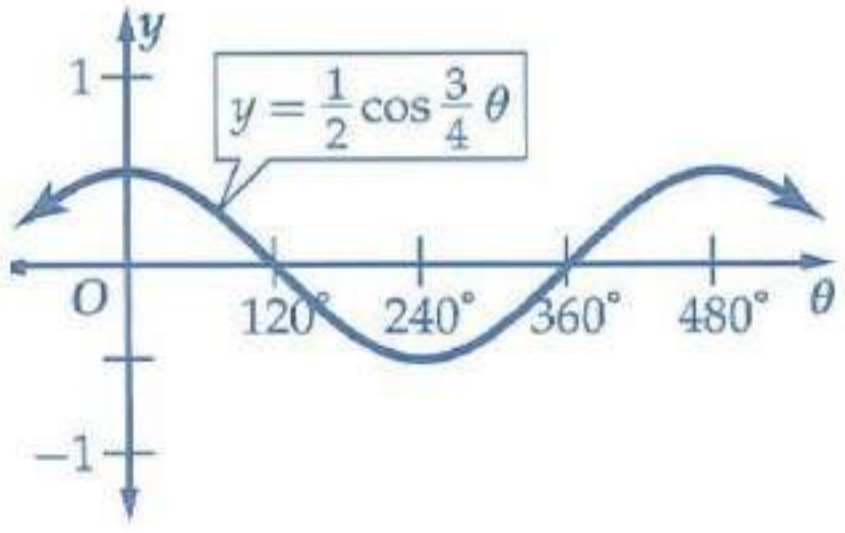
أوجد السعة، (إن كانت معرفة) وطول الدورة لكل من الدوال الآتية، ثم مثلها بيانياً:

26)

السعة: 3؛ طول الدورة: 540°

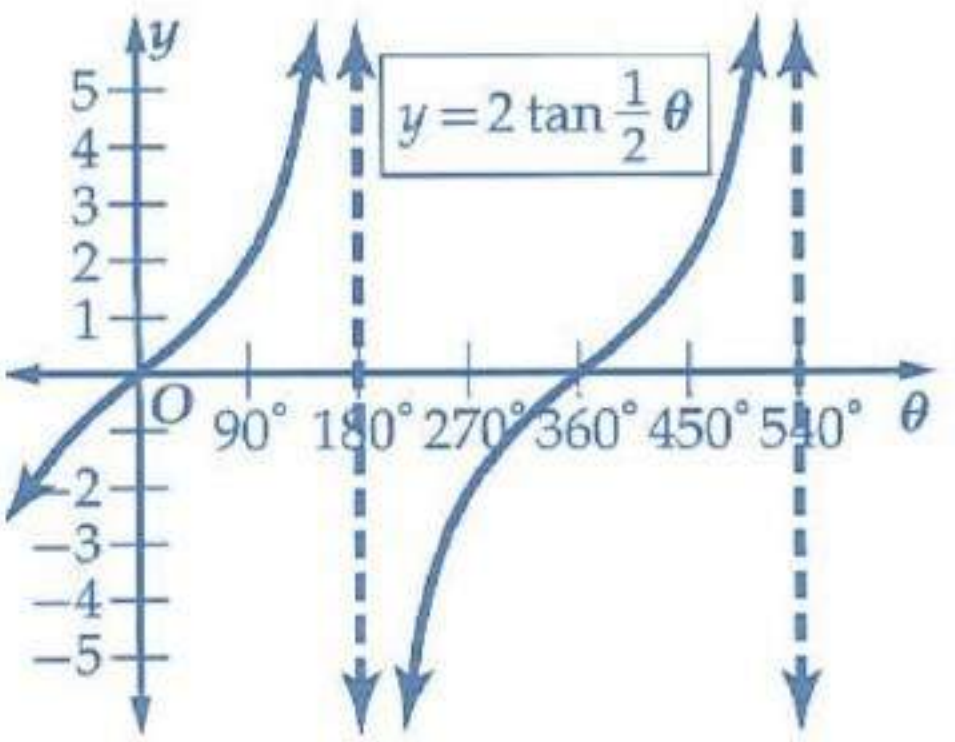


السعة: $\frac{1}{2}$؛ طول الدورة: $480°$



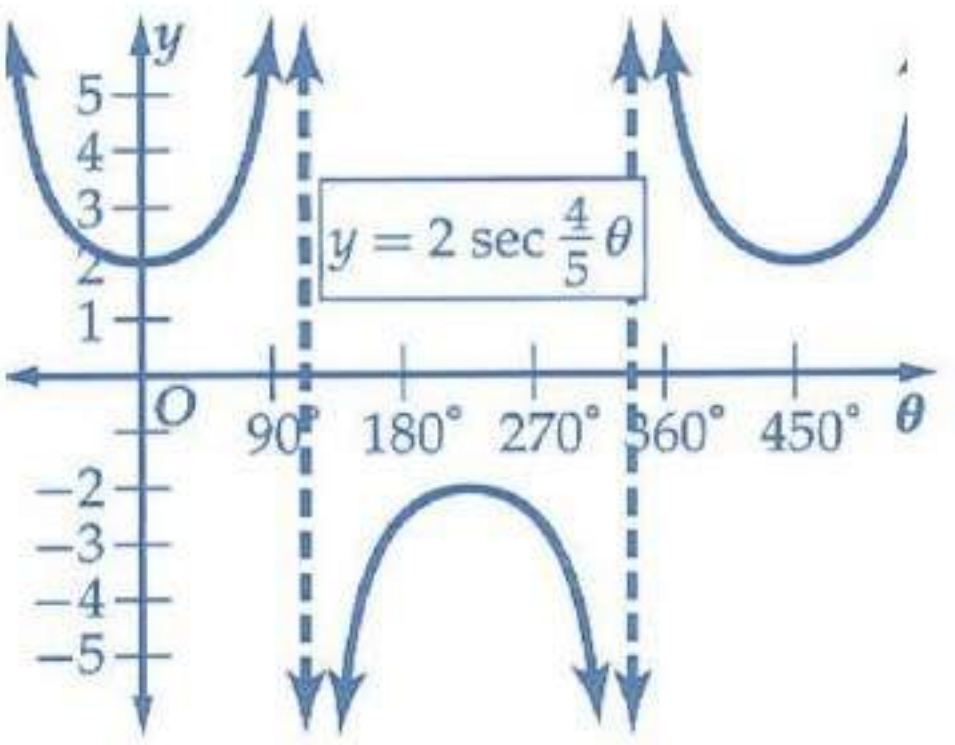
(28

ليس له سعة، طول الدورة: 360°

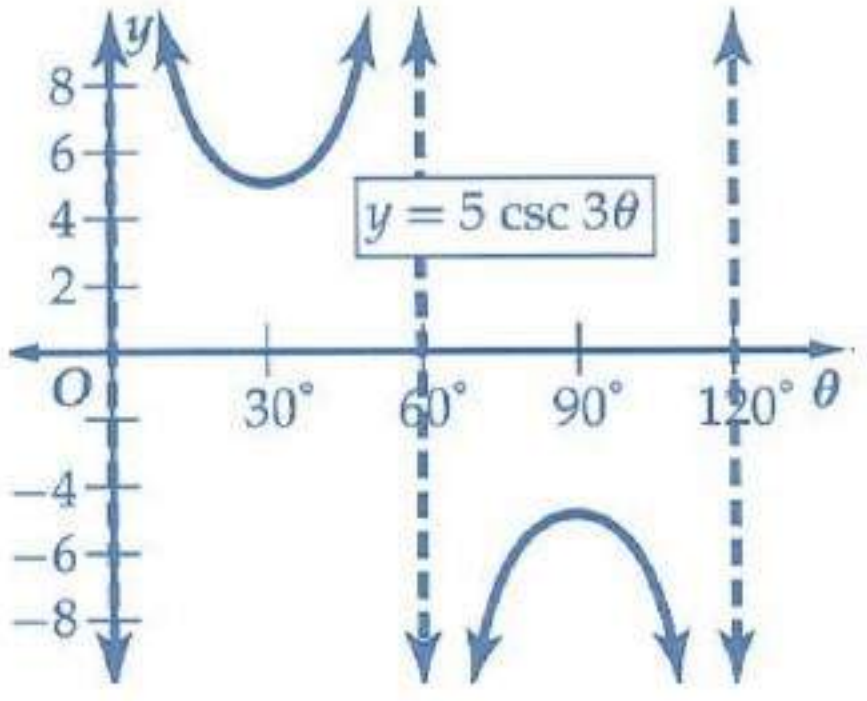


(29

ليس له سعة، طول الدورة: 450°

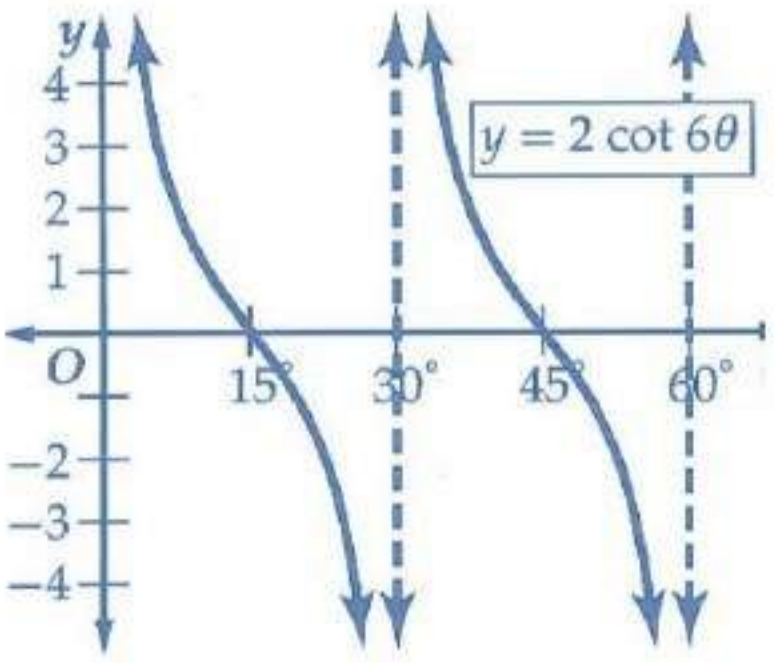


ليس له سعة، طول الدورة: 120°



(31

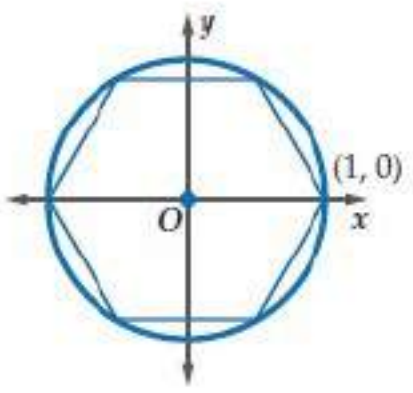
ليس له سعة، طول الدورة: 30°



حدد طول دورة كل من الدوال الممثلة بيانياً فيما يأتي، ثم اكتب قاعدتها .

360° , y=1.5 cosΘ (32

32) **هندسة :** رُسِم سداسي منتظم داخل دائرة وحدة مركزها نقطة الأصل، بحيث تقع رؤوسه جميعها على الدائرة كما في الشكل المجاور. إذا كانت إحداثيات أحد رؤوس السداسي (1, 0)، فما إحداثيات الرؤوس الخمسة الأخرى من السداسي؟



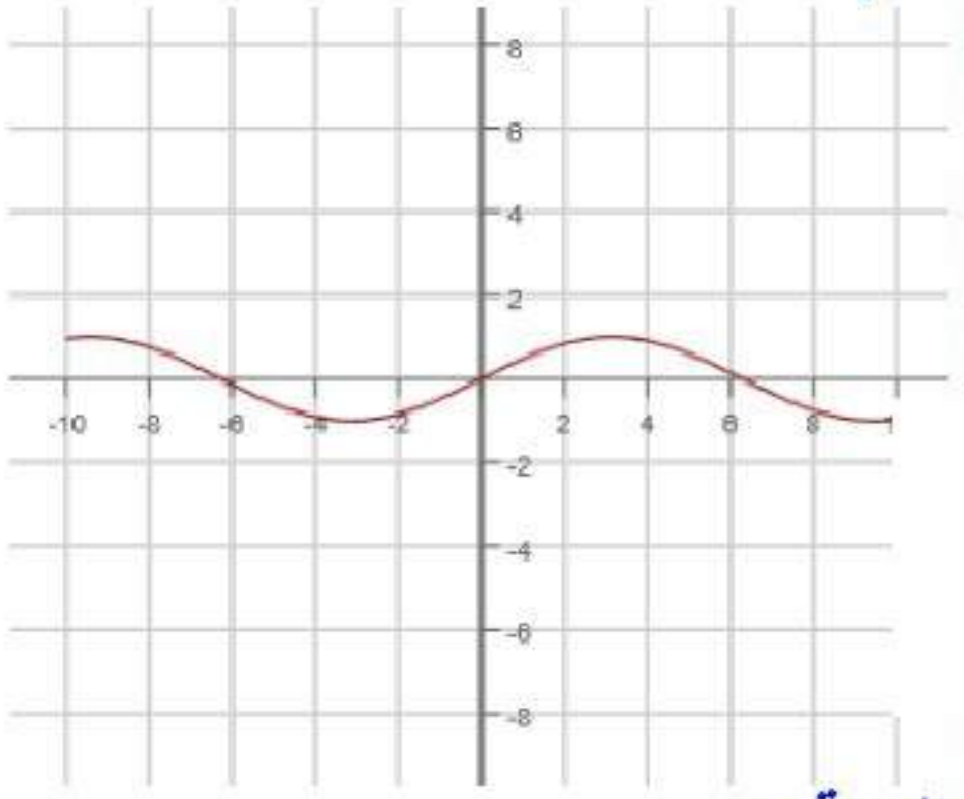
(33

$$\left(\cos\frac{2\pi m}{6}, \sin\frac{2\pi m}{6}\right)$$

m من 0 إلى 5

(34 1800° , $y=2\sin\frac{1}{5}\theta$

(35 $y=\sin\frac{x}{2}$ (17



السعة: 1

طول الدورة: 720°

مسائل مهارات التفكير العليا:

36) تحد:

مجال الدالة $y=a\cos\theta$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية

مجال الدالة $y=a\sec\theta$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية باستثناء الأعداد التي يكون فيها $\cos\theta=0$

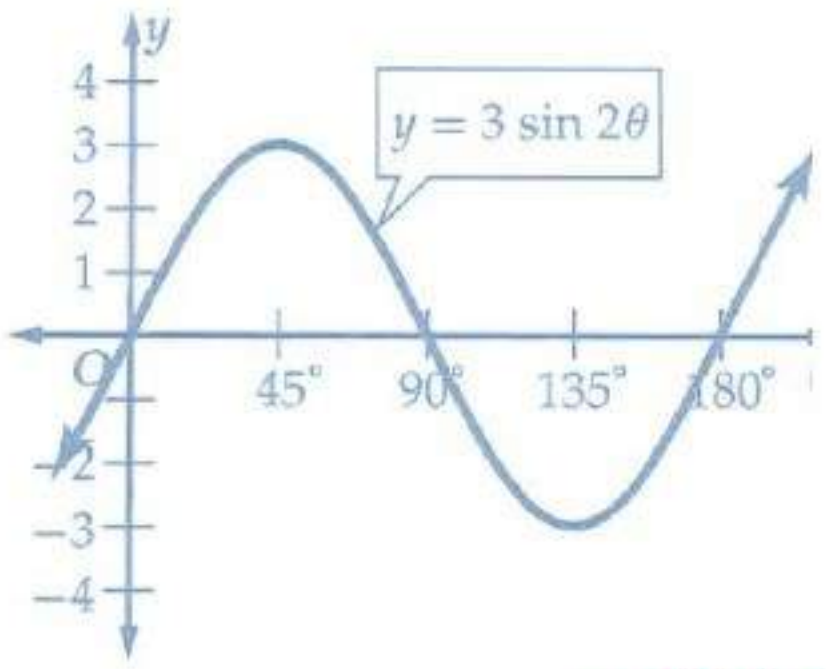
37) تبرير:

للدالة $y=0.5\sin\theta$ سعة تساوي 0.5 وطول الدورة 360^o

سعة منحني الدالة $y=\sin 0.5\theta$ تساوي 1= وطول الدورة 720^o

38) مسألة مفتوحة:

إجابة ممكنة: $y = 3\sin 2\theta$



39) اكتب:

اوجد القيمة المطلقة للعدد 2- والتي تساوي 2 المعامل السالب يحدث انعكاسا للتمثيل البياني للدالة حول المحور x

تدريب على اختبار:

40) مراجعة: أيّ من الزوايا الآتية تحقّق $\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ؟

A 990° B 1080° C 1830° D 1215°

40)

الاختيار الصحيح: C 1830°

$$\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$\theta = 30$

41) هندسة: 700013

مراجعة تراكمية:

حُلّ كلًّا من المثلّثات الآتية، مقرِّبًا أطوال الأضلاع إلى أقرب عُشر، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

42) B 34%

أوجد قيمة كل مما يأتي:

43) -1

44) $\frac{3\sqrt{6}}{4}$

45) $5^2 = 9^2 + 8^2 - 2(9)(8)\cos A$

$\angle A \approx 37^\circ$

$\frac{\sin 37}{5} = \frac{\sin B}{8}$

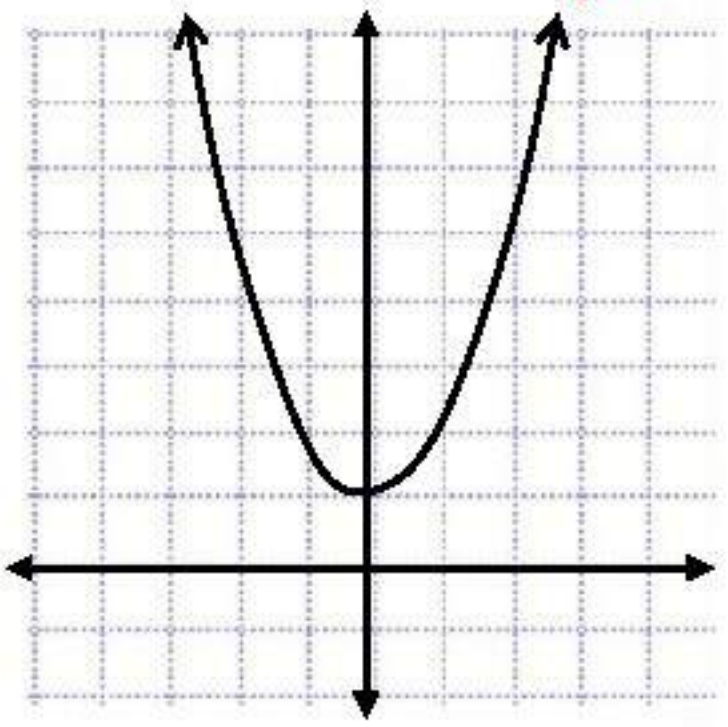
$\angle B \approx 7$

$\angle C = 180 - (37 + 74) = 69$

B=17° , C=139° , c=7.2 (4

مثل كلاً من الدوال الآتية بيانياً:

47)



4-6 الدوالّ المثلّثية العكسية
Inverse Trigonometric Functions

تحقق من فهمك:

أوجد قياس الزاوية في كل مما يأتي:

1A) $\frac{\pi}{2}$, 90

1B) $\frac{-\pi}{4}$, -45

أوجد قيمة كل مما يأتي، إلى أقرب جزء من مئة:

2A) 0.35

2B) -0.71

3) 60.9 (C

4) تزلج: $\Theta = \text{Tan}^{-1}\frac{5}{12} = 22.6^{\circ}$

تأكد:

أوجد قيمة كل مما يأتي، بالدرجات و بالراديان:

1) $30 , \frac{\pi}{6}$

2) $-60 , \frac{-\pi}{3}$

3) $180 , \pi$

أوجد قيمة كل مما يأتي، مقرباً الإجابة إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم:

4) 0.6

5) 0

6) 0.87

7) اختيار من متعدد: A) 25

حُل كلاً من المعادلات الآتية، مقرباً الناتج إلى أقرب جزء من عشرة:

) 25.8^o

) -27.4^o

1) 64.5^o

11) قوارب: $\Theta=\text{Arctan}\frac{59}{190}=17.3^o$

تدرب وحل المسائل:

أوجد قيمة كل مما يأتي، بالدرجات وبالراديان:

12) $60^o , \frac{\pi}{3}$

13) $30^o , \frac{\pi}{6}$

14) $-90^o , \frac{-\pi}{2}$

15) $60^o , \frac{\pi}{3}$

16) $150^o , \frac{5\pi}{6}$

17) $-30^o , \frac{-\pi}{6}$

أوجد قيمة كل مما يأتي، مقرباً الإجابة إلى أقرب جزء من مئة:

1) 0

1) -0.58

2) 0.86

2) 0.87

22) 0.9

23) 0.71

حُل كلاً من المعادلات الآتية، مقرباً الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم:

24) 75.3^o

25) 64.2^o

26) لا يوجد حل

27) 104.5^o

28) 55.9^o

29) -11.3^o

30) نخيل: 3.6^o , $\text{Arcsin } \frac{1.5}{24}$

خُل كلاً من المعادلات الآتية حيث $0 \leq \theta \leq 2\pi$.

31) $\frac{\pi}{2}$

32) π

33) $0، 2\pi$

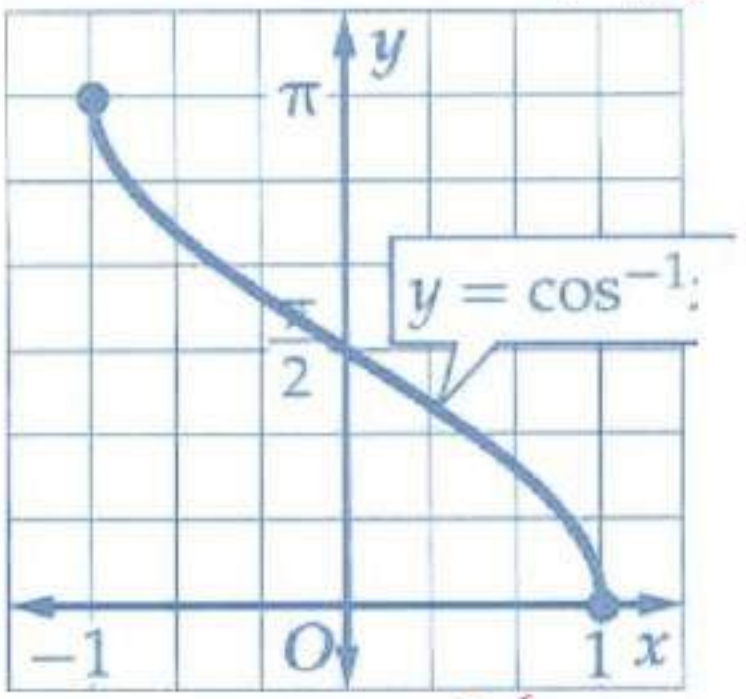
34) **لا يوجد حل**

35) $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

36) $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

37) تمثيلات متعددة:

a) بيانياً:



b) عددياً: $x=-0.2$, $y=101.5^o$

c) تحليلياً: متروك للطالب

مسائل مهارات التفكير العليا:

38) اكتشف الخطأ: كلاهما اخطأ حيث إن جيب التمام ليس موجبا في الربع الـ

39) تبرير: مجال الدالة $y=\sin^{-1} x$ هو $-1\leq x\leq 1$

المدى $y=\sin x=$

40) مدي الدالة $y=\tan^{-1} x$ هو مجموعة الأعداد الصحيحة

بينما مدي الدالتين الاخريتين هو $-1\leq x\leq 1$

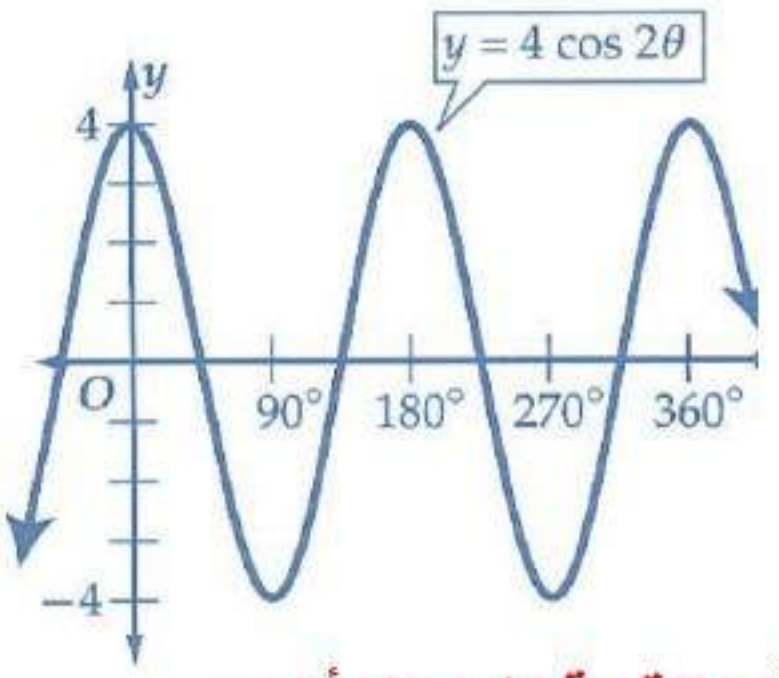
تدريب على اختبار:

41) إجابة قصيرة: $(x-3)^2+(y+4)^2=25$

42) $g(f(x)) = 4 + 6x - 4x^2$ (B

مراجعة تراكمية:

43)



أوجد قيمة كل مما يأتي:

44) -1

45) $-\sqrt{3}$

46) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

47) $\frac{-2\sqrt{3}}{3}$

دليل الدراسة والمراجعة

اختبر مفرداتك:

اختبر المفردة المناسبة من القائمة السابقة لإكمال كل جملة فيما يأتي:

١) قانون الجيوب
٢) الدوال المثلثية
٣) طول الدورة
٤) زاوية ربعية
٥) زاوية الارتفاع
اسعة

اجعة الدروس:

٧) 18.5
٨) 13.6
٩) 65.4
١٠) 46.7
١١) 8.8 ft
١٢) $\frac{43\pi}{36}$
١٣) 450°
١٤) -540°
١٥) $\frac{-7\pi}{4}$
١٦) 625° , -95°
١٧) 295° , -425°
١٨) $\frac{11\pi}{2}$, $\frac{-\pi}{2}$
١٩) $\frac{4\pi}{15}$

٢٠) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

٢١) $\frac{-\sqrt{3}}{3}$

٢٢) 0

٢٣) 0

٢٤) متروك للطالب

٢٥) متروك للطالب

٢٦) متروك للطالب

٢٧) 17.1 m

٢٨) حل واحد A=21° , B=41° , b=7.4

٢٩) حلان C=30° , B=125° , b=29.1
C=150° , B=5° , b=3.1

٣٠) لا يوجد حل

٣١) 105.5 ft

٣٢) قانون جيوب التمام

٣٣) قانون الجيوب

٣٤) قانون جيوب التمام

٣٥) قانون الجيوب

٣٦) قانون جيوب التمام

٣٧) 483.9 ft

٣٨) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$

٣٩) $\frac{-\sqrt{6}}{4}$

٤٠) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

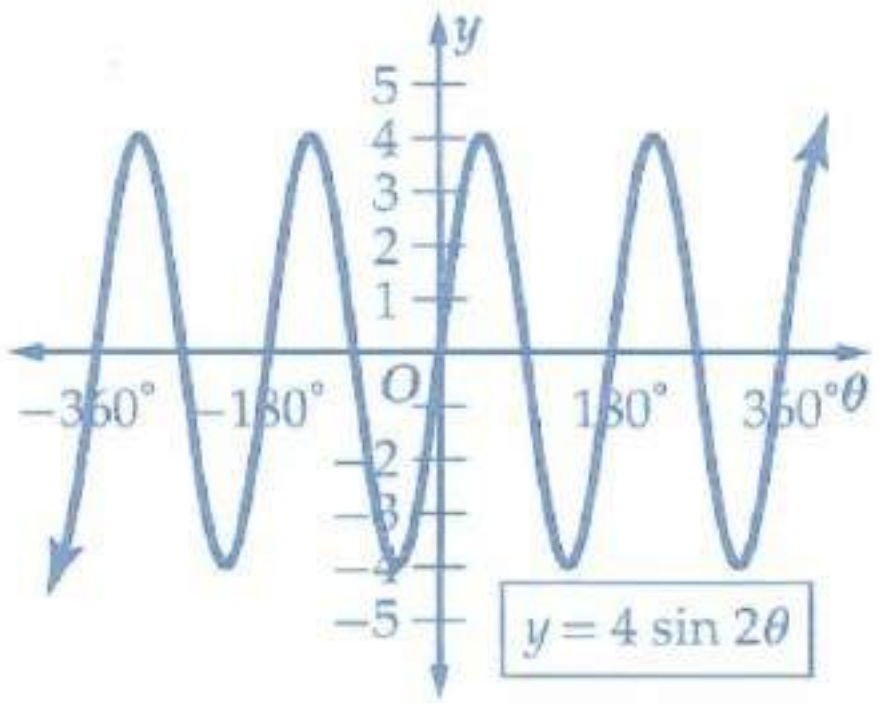
٤١) 0

٤٢) 6

٤٣) إطارات:
15 ثانية

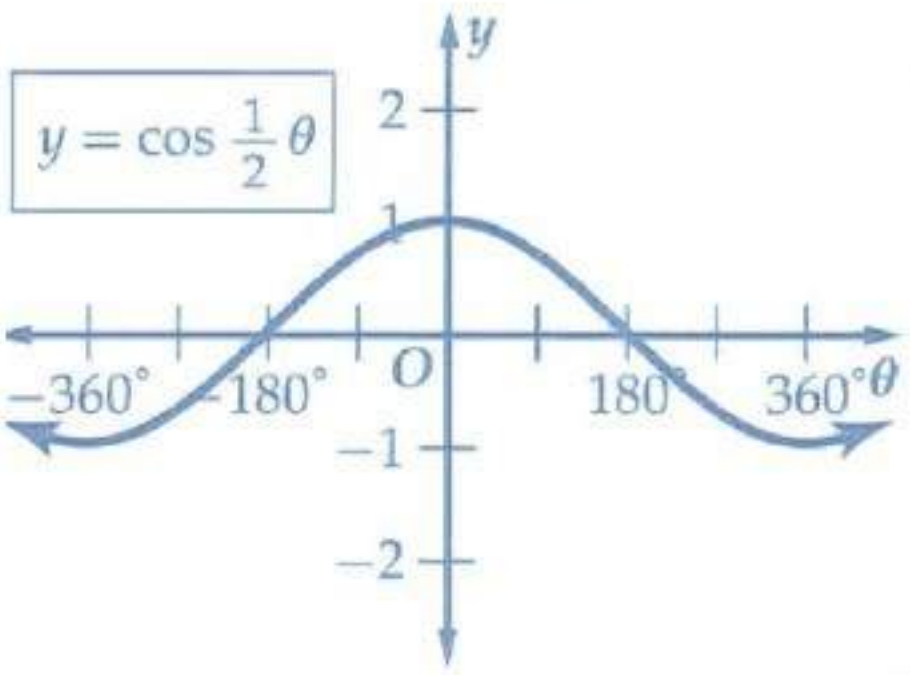
٤٤)

السعة: 4، الدورة: 180°



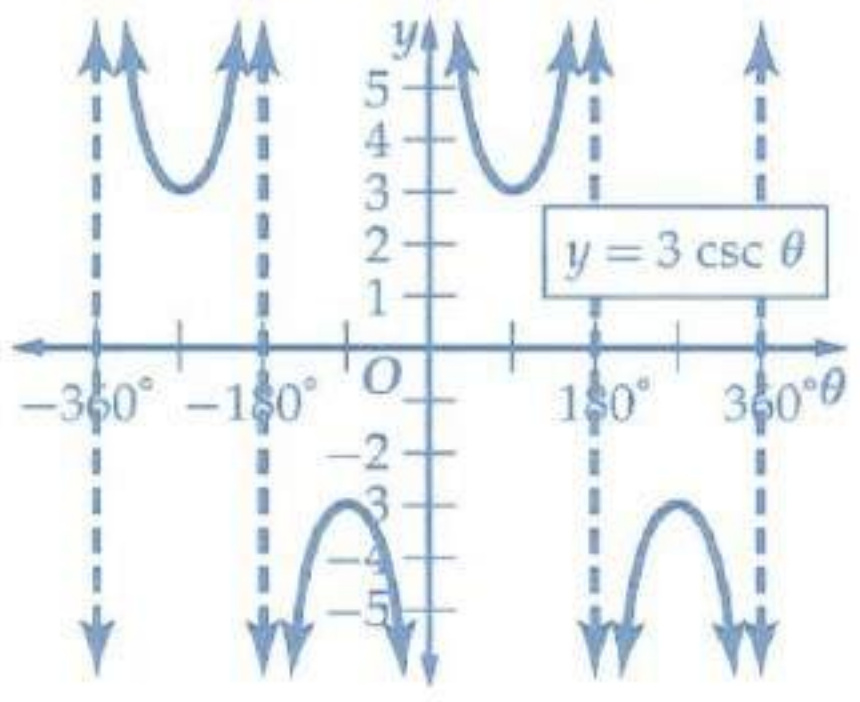
٤٥)

السعة: 1 الدورة: 720°



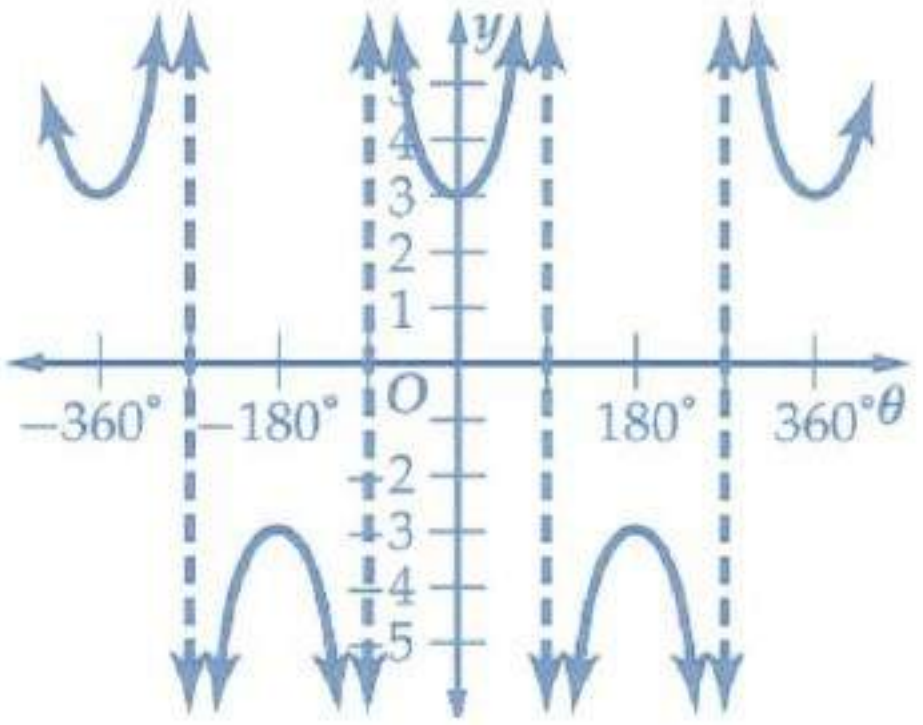
٤٦)

السعة: غير معرفة، الدورة: 360°



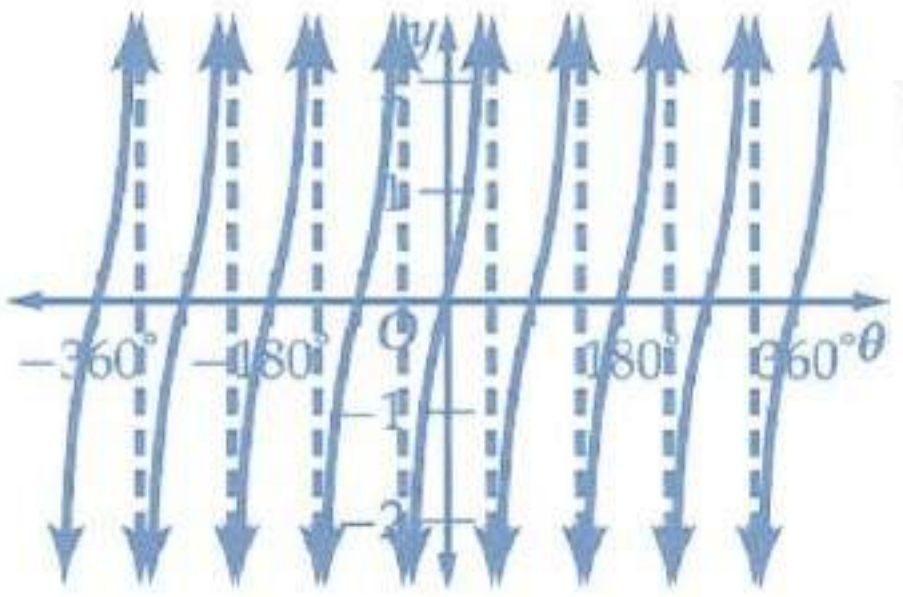
٤٧)

السعة: غير معرفة، الدورة: $360°$



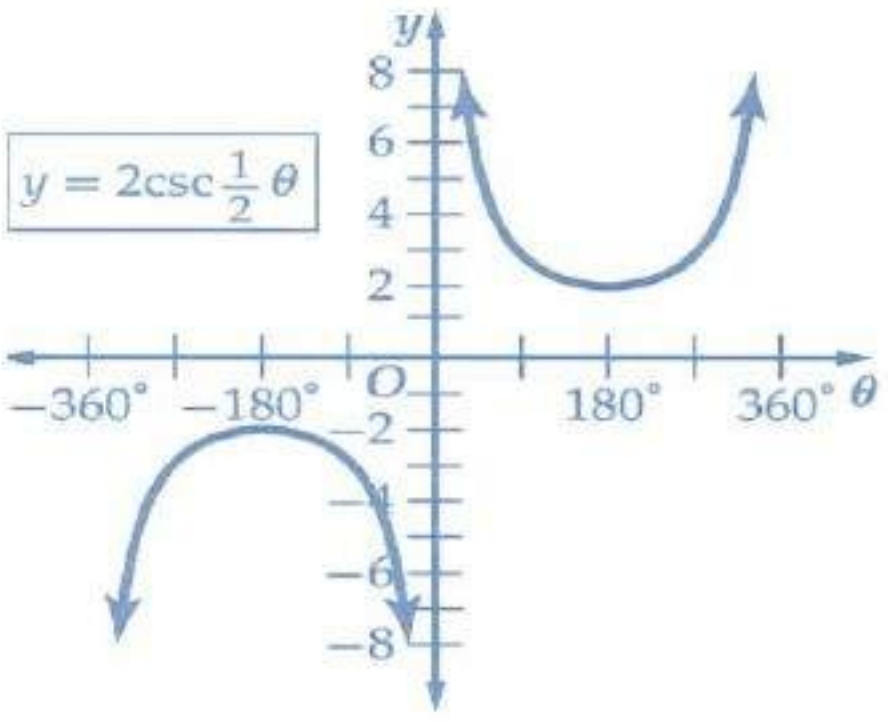
٤٨)

السعة: غير معرفة، الدورة: $90°$



٤٩)

السعة: غير معرفة، الدورة: $720°$



٥٠) $Y=5 \sin 20\pi t$

٥١) $90 , \frac{\pi}{2}$

٥٢) $0 , 0$

٥٣) $60 , \frac{\pi}{3}$

٥٤) $45 , \frac{\pi}{4}$

٥٥) $45 , \frac{\pi}{4}$

٥٦) $90 , \frac{\pi}{2}$

٥٧) $\text{Sin-1} \frac{5}{10} = \Theta = 30$

٥٨) 2.83

٥٩) 0

٦٠) -55

٦١) 53.1

٦٢) 65.8

اختبار الفصل

حُل المثلث ABC في كل مما يأتي باستعمال القياسات الواردة . قرب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة، وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة:

1) $B=54^o$, $a=5.3$, $b=7.3$
2) $B=32^o$, $c=14.2$, $b=7.5$
3) $b=7.9$, $B=41^o$, $A=49^o$

-ول قياس الزاوية المكتوبة بالدرجات إلى الراديان، والمكتوبة بالراديان إلى درجات:

ب) $\frac{65\pi}{36}$
د) $\frac{-35\pi}{36}$
6) 405^o
7) -150^o
8) ليس له حل

أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي (في السؤال 15، اكتب الزاوية بالدرجات):

9) 0
10) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$
11) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
12) $\sqrt{2}$
13) $\frac{3}{4}$
14) 60^o
15) $\cos\Theta=0.5$, $\sin\Theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

16) اختيار من متعدد B) 310

أوجد السعة وطول الدورة لكل من الدالتين الآتيتين . ثم مثل الدالتين بيانيا:

17) متروك للطالب

18) متروك للطالب

19) اختيار من متعدد:B) 180

20) قانون جيوب التمام

21) سواق: h=10cos 8t

اختبار تراكمي

اختيار من متعدد:

1) D) 7.3
2- A) 90
3) B) عدد صحيح موجب فقط
4) C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
(C) 1-
(A) 7.4 cm
(C) 72
ɤ) C) 3-
9) C) 1-

إجابة قصيرة:

أجب عن كل مما يأتي:

10) 0.17 km
11) $\frac{x+1}{3-2x}$
12)
a) h=10xd
b) مشترك، كمية العشب اللازمة تعتمد على عدد الأيام وعدد الأحصنة معا
c) 210رطلا
13) $\frac{2}{7}$
14) C=-5
15) 22

إجابة طويلة:

أجب عن كل مما يأتي موضحاً خطوات الحل:

16)

a)متروك للطالب

b)المجال: جميع الأعداد الحقيقية، المدى= $\{f(x)|f(x)\leq 3\}$

c) مقطعا المحور x هما 7- , 1- ومقطع المحور y هو 1-